INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO - CAMPUS SÃO PAULO

A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI COMO FERRAMENTA DE TRANSDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA, CIÊNCIAS E ARTES NA EDUCAÇÃO E POSSÍVEIS TAREFAS A SEREM EXPLORADAS

e53225

https://doi.org/10.63026/acertte.v5i3.225

JULIANA LUCIA DOS SANTOS SILVA

São Paulo
2024

Juliana Lucia dos Santos Silva

A Sequência de Fibonacci como ferramenta de transdisciplinaridade entre Matemática, Ciências e Artes na Educação e possíveis tarefas a serem exploradas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus São Paulo.

Orientadora: Profª. Drª. Valéria Ostete Jannis Luchetta
Coorientadora: Profª. Drª. Vania Batista Flose Jardim

SÃO PAULO

2024

Catalogação na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

s586s Silva, Juliana Lucia dos Santos
A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI COMO FERRAMENTA DE TRANSDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA, CIÊNCIAS E ARTES NA EDUCAÇÃO E POSSÍVEIS TAREFAS A SEREM EXPLORADAS / Juliana Lucia dos Santos Silva. São Paulo: [s.n.], 2024.
83 f.

Orientadora: Valéria Ostete Jannis Luchetta
Co-orientadora: Vania Batista Flose Jardim

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2024.

1. Tarefas Matemáticas. 2. Matemática No Cotidiano. 3. Número de Ouro. 4. Sequência de Fibonacci. 5. Transdiciplinaridade . I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

A Sequência de Fibonacci como ferramenta de transdisciplinaridade entre Matemática, Ciências e Artes na Educação e possíveis tarefas a serem exploradas

Juliana Lucia dos Santos Silva

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciada em Matemática, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - Campus São Paulo

Aprovado em: _____/_____/_____.

BANCA EXAMINADORA

_____

Orientadora Profª. Drª. Valéria Ostete Jannis Luchetta

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

_____

Coorientadora Profª. Drª. Vania Batista Flose Jardim

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

_____

Membro da banca Prof. Dr. Sílvio De Liberal

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

_____

Membro da banca Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que estiveram presentes na minha vida durante o curso e durante a realização deste trabalho. Sem o apoio de vocês, não teria conseguido alcançar esta etapa tão significativa da minha vida.

Primeiramente, agradeço ao meu irmão, Victor, por sempre me apoiar e me usar como fonte de inspiração. Sua parceria, suas palavras de encorajamento e seu interesse constante pela matemática foram fundamentais para manter minha motivação.

À minha avó, Claudete, agradeço por ter me criado com tanto carinho e dedicação. Sua força e amor incondicionais foram cruciais para meu desenvolvimento pessoal. Aos meus pais, Jennefer e Altair, agradeço pelo investimento contínuo em minha educação e pelo suporte que sempre me ofereceram.

À minha companheira, Jeniffer, obrigada pelo apoio incansável em todas as fases deste trabalho. Sua paciência, conhecimentos e carinho foram essenciais para que eu pudesse manter o equilíbrio emocional e concluir este trabalho. E à sua família, agradeço pelo acolhimento e apoio que sempre me ofereceram.

Aos meus amigos e colegas da faculdade, agradeço por compartilharem comigo esta jornada acadêmica e por enriquecerem minha experiência com suas contribuições valiosas. Em especial, aos meus colegas de sala Ingryd, Leticia, Lucas e Neusa, que estiveram presentes em todos os momentos e compartilharam estes quatro anos de curso comigo.

À equipe do Colégio Canadá, por enriquecerem minha experiência com suas contribuições valiosas. Em especial, aos meus ex-diretores, Alexandre e Simone Rangel, agradeço por me oferecerem a oportunidade de iniciar minha carreira no colégio onde me formei, certamente foi um grande passo na minha vida pessoal, acadêmica e profissional.

Finalmente, aos professores que me deram aula durante o curso, expresso minha gratidão pela contribuição ao meu crescimento acadêmico, em especial ao coordenador, Wellington, que sempre fez o possível para me mostrar o quanto sou capaz, à minha orientadora, Valéria, por sua orientação, apoio e conhecimento e à minha coorientadora Vânia, que acompanhei durante os estágios e me proporcionou um olhar diferente e muito especial em relação à licenciatura.

"Não há ramo da matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos da vida real."

Lobachevsky

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo investigar as particularidades da Sequência de Fibonacci para promover a transdisciplinaridade entre Matemática, Ciências e Artes, explorando seu contexto histórico, propriedades e possíveis aplicações práticas por meio de propostas de tarefas. A partir disso, buscou-se responder à questão: Como abordar a Sequência de Fibonacci por meio de tarefas transdisciplinares para enriquecer o aprendizado matemático dos estudantes e motivar o aprendizado? As Ciências, entendidas como formas de explorar e compreender os fenômenos naturais, e as Artes, como expressões criativas da visão humana, revelam-se complementares à Matemática, ao conectar saberes e experiências. A partir da análise do contexto histórico abordado no trabalho, discorre-se que a inclusão dessa sequência no currículo escolar pode despertar curiosidade, motivação e oferecer uma aprendizagem mais integrada e significativa, ampliando a formação dos alunos.

Palavras-chave: Tarefas Matemáticas. Matemática no Cotidiano. Número de Ouro. Sequências. Transdisciplinaridade.

ABSTRACT

The present work aimed to investigate the particularities of the Fibonacci Sequence to promote transdisciplinarity between Mathematics, Sciences and Arts, exploring its historical context, properties and possible practical applications through task proposals. From this, we sought to answer the question: How to approach the Fibonacci Sequence through transdisciplinary tasks to enrich students' mathematical learning and motivate learning? Sciences, understood as ways of exploring and understanding natural issues, and Arts, as creative expressions of human vision, prove to be complementary to Mathematics, by connecting knowledge and experiences. Based on the analysis of the historical context covered in the work, it is disagreed that the inclusion of this sequence in the school curriculum can awaken curiosity, motivation and offer more integrated and meaningful learning, expanding students' training.

Keywords: Mathematical Activities. Mathematics in Everyday Life. Golden Number. Sequences. Transdisciplinarity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Retrato de Leonardo Fibonacci 16
Figura 2 – Imagem ilustrativa da obra Liber Abaci 17
Figura 3 – Reprodução dos coelhos de Fibonacci 18
Figura 4 – Segmento dividido na razão áurea 22
Figura 5 – Razão áurea no pentágono 22
Figura 6 – Retângulo Áureo 23
Figura 7 – Espiral Áurea 24
Figura 8 – Construção geométrica do Retângulo Áureo 24
Figura 9 – Retângulo de Ouro 25
Figura 10 – Proporção áurea no Templo de Parthenon 26
Figura 11 – Proporção Áurea na obra Monalisa 26
Figura 12 – Proporção áurea no triângulo isósceles, espiral, pentagrama e ângulos 33
Figura 13 – Galáxia e a espiral áurea 34
Figura 14 – Filotaxia 35
Figura 15 – Lírio, prímula, delfínio, erva-de-são-tiago e chicória, nessa ordem 35
Figura 16 – Espirais do girassol 36
Figura 17 – Espirais da pinha 36
Figura 18 – Espiral áurea no antílope, no camaleão e no nautilus 37
Figura 19 – “O Homem Vitruviano” de Leonardo da Vinci 37
Figura 20 – Proporções áureas na obra “O Homem Vitruviano” 38
Figura 21 – Proporção e simetria aplicadas à perfeição do corpo humano 39
Figura 22 – “A Criação de Adão" de Michelangelo 41
Figura 23 – “O Nascimento da Vênus” de Botticelli 41
Figura 24 – A proporção áurea na escolha de layouts 42
Figura 25 – A proporção áurea na tipografia 42
Figura 26 – A proporção áurea no logotipo do Grupo Boticário 43
Figura 27 – Proporção Áurea vs Regra dos Terços 43
Figura 28 – Parthenon: Templo em Atenas, Grécia 44
Figura 29 – Retângulo áureo aplicado na fachada da Catedral de Notre Dame 44
Figura 30 – Métrica da 5ª Sinfonia de Beethoven 45
Figura 31 – Tipos de tarefas e relação entre o grau de desafio e de estrutura 47
Figura 32 – Tabuleiro 2 x 1 49
Figura 33 – Tabuleiro 2 x 1 preenchido 49
Figura 34 – Tabuleiro 2 x 2 50
Figura 35 – Tabuleiro 2 x 2 preenchido 50
Figura 36 – Tabuleiro 2 x 3 50
Figura 37 – Tabuleiro 2 x 3 preenchido 51
Figura 38 – Tabuleiro 2 x 4 51

Figura 39 – Tabuleiro 2 x 4 preenchido 51
Figura 40 – Tabuleiro 2 x 5 52
Figura 41 – Tabuleiro 2 x 5 53
Figura 42 – Crescimento populacional dos coelhos 56
Figura 43 – Relógio de Fibonacci 61
Figura 44 – Possíveis configurações de 6h30 62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantidade de peças e formas preenchido 54
Tabela 2 – Reprodução dos coelhos por mês preenchida..... 57

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **11**
2 CONTEXTO HISTÓRICO **15**
2.1 LEONARDO FIBONACCI: BIOGRAFIA E OBRAS 15
2.2 A OBRA LIBER ABACI 17
3 SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: PROPRIEDADES E CONEXÕES **20**
3.1 A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E O NÚMERO DE OURO 20
3.2 RAZÃO ÁUREA: DEFINIÇÕES E IMPLICAÇÕES GEOMÉTRICAS 21
3.3 RETÂNGULO DE OURO: SIMETRIA E ESTÉTICA MATEMÁTICA 23
3.4 PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI 27
4 TRANSDISCIPLINARIDADE: A MATEMÁTICA, AS CIÊNCIAS E A ARTE **29**
4.1 DIFERENÇAS ENTRE A MULTI, INTER E TRANSDISCIPLINARIDADE 30
4.2 A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI NA CIÊNCIA E NATUREZA 32
4.3 A RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E AS ARTES 40
5 PROPOSTAS DE TAREFAS MATEMÁTICAS TRANSDISCIPLINARES **47**
5.1 TAREFA 1: DOMINÓS 48
5.2 TAREFA 2: O PROBLEMA DOS COELHOS 55
5.3 TAREFA 3: A BELEZA DA RAZÃO ÁUREA – ANATOMIA ESTÉTICA 59
5.4 TAREFA 4: RELÓGIO DE FIBONACCI – O TEMPO E A MATEMÁTICA 60
5.5 TAREFA 5: RIMAS EM NÚMEROS – POEMAS FIB 64
6 CONCLUSÃO **66**
REFERÊNCIAS **69**
APÊNDICE A – Tarefa 1: Dominós **72**
APÊNDICE B – Tarefa 2: O Problema dos Coelhos **75**
APÊNDICE C – Tarefa 3: A Beleza da Razão Áurea – Anatomia Estética **77**
APÊNDICE D – Tarefa 4: Relógio de Fibonacci – O Tempo e a Matemática **79**
APÊNDICE E – Tarefa 5: Rimas em Números – Poemas FIB **81**

1 INTRODUÇÃO

A Matemática está presente em diversas situações da vida em sociedade, sendo essencial para a execução de tarefas cotidianas. No entanto, quanto mais essa disciplina se afasta da realidade dos estudantes, mais desafiadores tornam-se os processos de ensino e aprendizagem. É essencial reconhecer que a Matemática é parte fundamental da formação integral do indivíduo.

Como afirma D'Ambrosio (1999, p. 27), "[...] um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas". Nesse contexto, ao conectar a Matemática não apenas ao cotidiano, mas também a outras áreas do saber, potencializa-se a motivação dos alunos, ao mesmo tempo que se evita uma possível aversão à disciplina. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos (Brasil, 2018, p. 299).

Dessa forma, o aprendizado se torna mais prazeroso e significativo quando é aplicado em contextos que ultrapassam as fronteiras disciplinares. A partir desta perspectiva, este trabalho investiga como a Sequência de Fibonacci pode ser explorada de maneira dinâmica e transdisciplinar, promovendo uma integração entre Matemática, Ciências e Artes. Essa abordagem não apenas desenvolve habilidades críticas e práticas, mas também estimula a construção de um conhecimento mais conectado à realidade dos estudantes, favorecendo uma educação mais contextualizada e relevante.

A transdisciplinaridade, como descrita por Nicolescu (1999), vai além de simplesmente conectar diferentes disciplinas; ela busca integrar conhecimentos de forma mais profunda e holística. Com essa abordagem, as fronteiras tradicionais entre as áreas do saber se rompem, permitindo que os estudantes enxerguem o mundo de maneira mais ampla e contextualizada. Na escola, a transdisciplinaridade não favorece apenas o desenvolvimento de habilidades necessárias para enfrentar desafios, mas também incentiva a construção coletiva do conhecimento, valorizando o pensamento crítico e a criatividade tanto individual quanto coletiva.

As Ciências e as Artes, além de serem disciplinas escolares contemporâneas, desempenham papéis fundamentais na ampliação da nossa compreensão e expressão do mundo. Neste trabalho, as Ciências são abordadas como caminhos para explorar e entender os fenômenos naturais e o funcionamento do universo, utilizando a curiosidade, a observação e a experimentação como ferramentas essenciais. As Artes, por sua vez, são tratadas como formas enriquecedoras de expressão humana, capazes de traduzir ideias, sentimentos e visões de mundo por meio de cores, formas, movimentos e sons. Apesar de suas diferenças aparentes, Ciências e Artes compartilham características relevantes: ambas buscam padrões, promovem a inovação e têm o poder de transformar nossa percepção da realidade, oferecendo novas formas de interpretar e interagir com o mundo.

Ao unir Matemática, Ciências e Artes, por meio da transdisciplinaridade, é possível tecer conexões que fazem mais sentido para os alunos, fazendo-os refletirem sobre o modo como o mundo está interligado, com foco na relação entre estas áreas, tornando o processo de aprendizagem mais enriquecedor e relevante, ajudando a formar indivíduos mais preparados e conscientes do papel que desempenham na sociedade.

A Sequência de Fibonacci foi selecionada como um tópico com potencialidade para promover a transdisciplinaridade em sala de aula, em especial com turmas dos anos finais do Ensino Fundamental devido à sua natureza abrangente e às múltiplas possibilidades de aplicações práticas. Embora a Sequência de Fibonacci apresenta uma rica base para integrar diferentes áreas do conhecimento – como pretendemos explicitar neste trabalho – esta é pouco explorada no Ensino Básico por não ser um conteúdo previsto pela BNCC, cabendo aos currículos locais e, principalmente aos professores, decidirem sobre o seu tratamento em sala de aula.

Ao explorar a Sequência de Fibonacci em Ciências, os alunos podem observar padrões em fenômenos naturais, como o crescimento de plantas, por exemplo, o que reforça a aplicação prática do conhecimento científico. Na Arte, a sequência é frequentemente usada para criar e analisar composições estéticas, permitindo que os alunos expressem sua criatividade enquanto aprendem. Além disso, pode ser uma ótima introdução de conceitos matemáticos como por exemplo, sequências, termo, ordem e regras de formação.

Esta abordagem também desenvolve habilidades críticas, criativas e de problematização, pois os alunos são desafiados a investigar, analisar e criar. Além disso, promove a colaboração em grupos, complementa as experiências vivenciadas, incentiva a comunicação e o trabalho em equipe, tais habilidades são essenciais para o desenvolvimento pessoal e escolar.

Embora já existam diversos trabalhos que exploram a Sequência de Fibonacci e suas inter-relações com outras áreas do conhecimento (Sena, 2013; Celuque, 2004; Silva, 2015), nem todos aprofundam de forma abrangente seus aspectos algébricos e visuais, bem como possíveis tarefas[1], problemas ou atividades investigativas que possam explorar as possibilidades da relação transdisciplinar entre a Matemática, Ciências e Artes, disponibilizando materiais e explicações sobre cada tema.

Diante disso, o objetivo geral deste trabalho é propor a incorporação da Sequência de Fibonacci nas aulas de Matemática, por meio da transdisciplinaridade, para interconectar a Matemática com as Ciências e a Arte para favorecer o aprendizado do conhecimento matemático dos alunos. Para isso, buscaremos responder a seguinte questão: Como abordar a Sequência de Fibonacci para enriquecer o conhecimento matemático dos estudantes por meio da transdisciplinaridade entre a Matemática, Ciências e a Arte para motivar o aprendizado?

Além disso, é importante investigar como as tarefas dinâmicas que envolvam a Sequência de Fibonacci podem despertar o entusiasmo dos alunos e ampliar seu aprendizado por meio de uma abordagem integrada.

Considera-se que uma das chaves para o possível sucesso no aprendizado matemático está na forma como os temas são abordados, e quando tratados de forma estimulante, estes podem ultrapassar os limites das disciplinas curriculares tradicionais. Neste sentido, ao adotar uma perspectiva transdisciplinar, além do enriquecimento da experiência educativa, é possível favorecer a construção de um conhecimento mais interconectado e relevante aos estudantes.

Este trabalho está estruturado em diversas seções que se complementam, oferecendo um estudo teórico e com possibilidades de aplicação em sala de aula. Inicialmente, será apresentado um contexto histórico de Fibonacci, destacando brevemente sua biografia e sua obra *Liber Abaci* – que apresenta a ideia inicial da sequência. Em seguida, será apresentada a Sequência de Fibonacci de forma mais específica, abordando suas características e algumas

[1] Inicialmente, utilizamos o termo tarefa de forma geral, mas tomaremos uma definição centrada no termo na Educação Matemática ao longo do trabalho.

propriedades matemáticas. Será analisada a importância do uso da transdisciplinaridade na educação, segundo D'Ambrosio (1996) e Nicolescu (1999), além de mostrar a discussão sobre a Sequência de Fibonacci na Matemática, nas Ciências e nas Artes, destacando as oportunidades transdisciplinares entre essas áreas. Por fim, serão apresentadas algumas possibilidades de tarefas, inspiradas nos conceitos de Ponte (2005), que envolvem a transdisciplinaridade entre Matemática, Ciências e Arte, por meio da Sequência de Fibonacci para os anos finais do Ensino Fundamental.

2 CONTEXTO HISTÓRICO

A Sequência de Fibonacci é amplamente conhecida por suas aplicações em diversas áreas do conhecimento, como por exemplo a Matemática, as Ciências e a Arte. Ela teve sua origem em um problema matemático proposto no *Liber Abaci*, um dos primeiros e mais influentes livros sobre o sistema numérico indo-arábico na Europa, de Leonardo de Pisa (ou Leonardo Fibonacci), um dos matemáticos mais importantes de sua época.

Para compreender a relevância da Sequência de Fibonacci no presente, é fundamental analisar seu contexto histórico e o papel que Fibonacci desempenhou na evolução da matemática. Entender o contexto histórico que abrange a origem da sequência pode inspirá-los e incentivá-los a enxergar a Matemática como uma forma de Arte e Ciência, destacando assim, a importância de ver as conexões entre Matemática e outras disciplinas.

2.1 LEONARDO FIBONACCI: BIOGRAFIA E OBRAS

Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci, foi um dos matemáticos mais influentes da Europa durante o período medieval. Nascido por volta da década de 1170, na cidade de Pisa, na Itália, Fibonacci teve um papel central na disseminação do sistema de numeração indo-arábico no Ocidente. Seu nome, Fibonacci, deriva de "*filius Bonacci*", que significa "filho de Bonaccio", uma referência a seu pai, Guilielmo Bonacci, um comerciante italiano que ocupava uma posição alfandegária na cidade de Bejaia, no norte da África.

Foi em Bejaia, que Leonardo, quando jovem, teve seu primeiro contato com o sistema de numeração indo-arábico, o qual ele considerava muito mais eficiente e simples do que o sistema romano utilizado na Europa naquela época. Esse sistema, composto pelos algarismos de 0 a 9 e pelo conceito de posição decimal, revolucionou o cálculo e a matemática ocidental, e Fibonacci tornou-se um grande defensor de sua adoção.

Seu pai desempenhou um papel fundamental em sua formação inicial ao lhe proporcionar a oportunidade de viajar e estudar nos principais centros comerciais e culturais do Mediterrâneo. Durante essas viagens, Fibonacci conheceu e interagiu com estudiosos árabes, indianos e gregos, o que expandiu significativamente sua visão sobre as potencialidades da matemática.

Quando voltou à Itália, Fibonacci escreveu várias obras fundamentais para a matemática européia, sendo as mais notáveis: *Liber Abaci* (1202), que introduziu o sistema numérico indo-arábico e apresentou o famoso "Problema dos Coelhos"; *Practica Geometriae* (1220), um tratado sobre geometria aplicada; *Flos* (1225), que lidava com a resolução de equações cúbicas; e *Liber Quadratorum* (1225), focado em números quadrados[2] e equações diofantinas[3].

Leonardo de Pisa foi com certeza um dos matemáticos europeus mais originais e habilidosos do período medieval. Conhecido também como Leonardo Pisano (devido à sua cidade natal) e Leonardo Bigollo (que significa "viajante" em dialeto toscano), ele ficou famoso não apenas pela sequência numérica que leva seu nome, mas também pelo impacto duradouro de suas ideias matemáticas.

Fibonacci é lembrado não apenas como um matemático, mas como um visionário que ajudou a integrar conhecimentos derivados de várias culturas, promovendo o que hoje chamamos de uma abordagem interdisciplinar, ao aplicar a matemática em contextos diversos, como a economia, a ciência e a natureza. Seu legado ultrapassa os números e as equações, influenciando profundamente a forma como concebemos e ensinamos a matemática até os dias de hoje.

Figura 1 – Retrato de Leonardo Fibonacci



Fonte: https://www.meisterdrucke.pt. Acesso em: 27 set. 2024.

[2] Números inteiros que podem ser expressos como o quadrado de outro número inteiro.
[3] Equações polinomiais com duas ou mais variáveis, cujas soluções devem ser números inteiros.

2.2 A OBRA *LIBER ABACI*

O *Liber Abaci* (Figura 2), traduzido como "O Livro do Ábaco", foi publicado por Fibonacci em 1202 e revisado em 1228. Embora sua intenção principal fosse a divulgação do sistema de numeração indo-arábico, ele também continha uma série de problemas e soluções matemáticas que exploravam conceitos práticos e teóricos. Entre esses problemas, destacou-se aquele que ficou conhecido como o Problema dos Coelhos, que se tornou a origem da Sequência de Fibonacci.

Figura 2 – Imagem ilustrativa da obra Liber Abaci

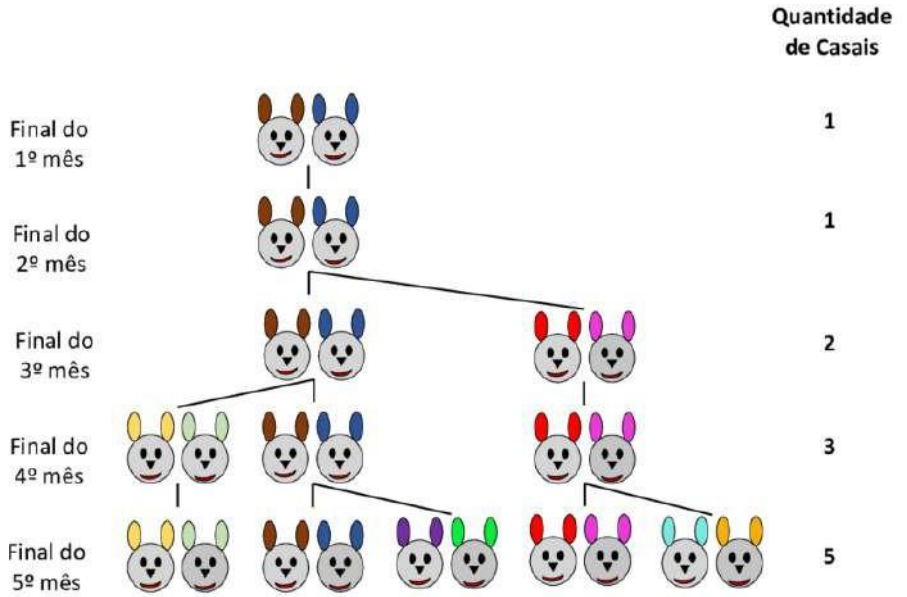


Fonte: Leonardo da Pisa, Liber abaci, Ms. Biblioteca Nazionale di Firenze, Codice magliabechiano Conv. Soppr. C 1, 2616, fol. 124r.[4]

O problema, aparentemente simples, envolvia a seguinte questão: “Dado um par de coelhos que começa a se reproduzir no primeiro mês de vida, e que gera um novo par de coelhos a cada mês a partir do segundo mês, quantos pares de coelhos existirão ao final de um ano?” A Figura 3 ilustra a reprodução dos coelhos até o 5º mês.

[4] Informações obtidas em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Liber_abbaci_magliab_f124r.jpg. Acesso em: 27 set. 2024.

Figura 3 – Reprodução dos coelhos de Fibonacci



Fonte: https://www.researchgate.net. Acesso em: 17 nov. 2024.

A solução para o problema leva à seguinte sequência de números: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, e assim por diante, em que cada número é obtido pela soma dos dois anteriores. Fibonacci apresentou a solução deste problema levando em conta a fertilização e crescimento de cada par por mês, desconsiderando o fator de morte dos coelhos.

A reprodução ocorre da seguinte maneira: inicialmente, há apenas um par de coelhos, que por serem filhotes, ainda não podem gerar outro par. No segundo mês, este par de coelhos inicial já se torna adulto, fazendo com que no terceiro mês eles gerem um novo par de coelhos filhotes. Desta maneira, ao fim do terceiro mês, há um par adulto (o par inicial) e um par de filhotes. A partir do terceiro mês, a linha de raciocínio segue a mesma, ou seja, no mês seguinte, o par de filhotes vira adulto e o par de adultos se mantém e geram um novo par de filhotes e assim por diante.

Embora Fibonacci tenha utilizado esse problema de reprodução animal como um exemplo de raciocínio matemático, a sequência gerada – a Sequência de Fibonacci – mostrou-se muito mais significativa. Com o tempo, estudiosos perceberam que essa sequência numérica poderia ser observada em uma ampla variedade de contextos naturais e culturais. Desde a disposição das pétalas das flores, a formação de conchas, até proporções em obras de arte e na arquitetura, a Sequência de Fibonacci mostrou-se uma ferramenta poderosa para a análise de padrões em sistemas biológicos, matemáticos e estéticos.

O *Liber Abaci,* além de introduzir essa famosa sequência, também desempenhou um papel importante ao disseminar o uso dos algarismos indo-arábicos que conhecemos hoje. Fibonacci demonstrou como o novo sistema era melhor desenvolvido em relação ao romano, especialmente para cálculos complexos e comerciais, uma vez que o sistema romano não era utilizado para cálculos, apenas para registro de informações numéricas. Sua obra não apenas revolucionou a matemática européia, mas também serviu como base para o desenvolvimento de áreas fundamentais do conhecimento, como a álgebra, a estatística, a teoria dos números, a economia e a ciência da computação, integrando a Matemática a outras disciplinas e promovendo avanços significativos em diversos campos. Carvalho (2005, p. 132) destaca que "O *'Liber Abaci*' de Fibonacci não apenas trouxe o sistema de numeração indo-arábico para a Europa, mas também uma série de novos problemas e conceitos, que se mostraram essenciais para o desenvolvimento futuro da matemática".

A partir desse ponto de vista histórico, fica evidente que a Sequência de Fibonacci transcende o domínio da matemática pura. Ela estabelece uma ponte entre diferentes áreas do conhecimento, oferecendo um exemplo claro de como os conceitos matemáticos podem ser aplicados em contextos variados. Além de ser um conteúdo admirável para o estudo de padrões numéricos, a sequência abre portas para uma abordagem transdisciplinar no ensino, integrando Matemática, Ciências e Artes de maneira significativa.

3 SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: PROPRIEDADES E CONEXÕES

Esta seção explora a Sequência de Fibonacci de um ponto de vista informativo, abordando algumas características matemáticas e a sua relevância para outras disciplinas. Além de suas propriedades intrínsecas, esta sequência também tem papel importante ao integrar a Matemática com outras áreas do conhecimento de forma a enriquecer o currículo escolar.

3.1 A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E O NÚMERO DE OURO

A Sequência de Fibonacci é uma sequência matemática na qual cada termo é obtido pela soma dos dois termos anteriores, sendo seus dois primeiros termos definidos por 1, obtendo a sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, e assim por diante. Desta maneira, podemos apresentar sua definição da seguinte forma:

$$F_1 = 1;\ F_2 = 1\ e\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2}\ \ para\ n \geq 3\ \textit{(I)}$$

Entretanto, esta sequência apresenta outras propriedades intrínsecas, que podem ser exploradas a partir de ferramentas matemáticas relativamente simples, considerando os conteúdos de Matemática abordados na escola. Uma delas estabelece a conexão entre a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro – ou Razão Áurea – representado pela letra grega Φ (*phi*).

À medida que a sequência avança, a razão entre um termo e o termo anterior aproxima-se de um valor cada vez mais próximo do número de ouro. Essa aproximação ocorre, pois a diferença entre as razões se tornam cada vez menores ao passo que utilizamos termos maiores da sequência, permitindo que a razão R_n se aproxime cada vez mais para esse valor constante. Essa aproximação do Número de Ouro pela razão entre termos consecutivos da Sequência de Fibonacci pode ser intuitivamente demonstrada a partir da definição recursiva da sequência, envolvendo a razão entre dois termos consecutivos:

$$R_n = \frac{F_n}{F_{n-1}}\ \textit{(II)}$$

A partir desta definição recursiva, e da definição para o termo F_n, podemos expressar esta razão como:

$$R_n = \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{F_{n-1} + F_{n-2}}{F_{n-1}} = 1 + \frac{F_{n-2}}{F_{n-1}} = 1 + \frac{1}{R_{n-1}}$$

$$\Rightarrow R_n = 1 + \frac{1}{R_{n-1}}$$

À medida que *n* aumenta, a razão R_n converge para um limite[5] *L*, ou seja,

$$L = 1 + \frac{1}{L} \Rightarrow L^2 = L + 1 \Rightarrow L^2 - L - 1 = 0 \ (III)$$

Aplicando a fórmula de resolução de equações quadráticas $L = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$, na fórmula *(III)* tiramos que *a = 1; b = -1* e *c = -1*. Assim temos:

$$L = \frac{1 + \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 + \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow L = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Desconsiderando a solução negativa, pois a razão trata de termos positivos de uma sequência, temos o valor preciso do número áureo, $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Deste modo, essa demonstração intuitiva evidencia que à medida em que se considera um número maior de termos na Sequência de Fibonacci, a razão entre os termos consecutivos se aproxima cada vez mais de Φ, ilustrando a conexão entre os padrões numéricos e o conceito de proporção áurea.

A relação entre a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro tem um impacto profundo na matemática, arte e arquitetura. Em termos matemáticos, essa conexão demonstra como padrões numéricos simples podem levar a resultados estéticos e estruturais complexos. Como diz Carvalho (2005, p. 132) "O Número de Ouro é uma constante matemática que possui propriedades únicas, sendo amplamente utilizado na criação de obras artísticas e arquitetônicas que buscam harmonia e equilíbrio".

3.2 RAZÃO ÁUREA: DEFINIÇÕES E IMPLICAÇÕES GEOMÉTRICAS

A Razão Áurea é definida como a proporção que divide uma linha em duas partes, de tal forma que a razão entre a soma das partes e a maior delas seja igual à razão entre a maior e a menor parte, sendo expressa pela fórmula: $\Phi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$, onde a e b são segmentos de

[5] Essa afirmação pode ser demonstrada provando que a sequência é crescente e limitada superiormente, portanto, converge.

uma linha, com a representando o segmento maior e b o segmento menor. Em outras palavras, dado um segmento $\overline{AB}$ de medida $a + b$, seja C um ponto entre A e B tal que $\overline{AC} = a > \overline{CB} = b$, como mostra a Figura 4:

Figura 4 – Segmento dividido na razão áurea

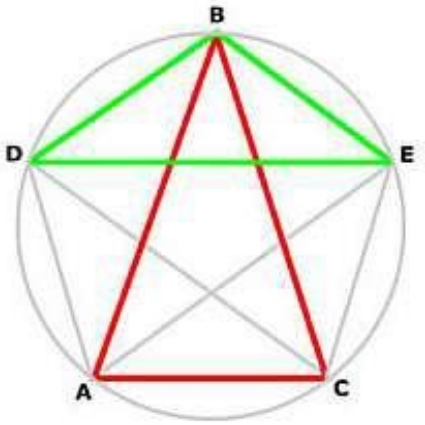


Fonte: Autoria Própria.

O valor numérico da Razão Áurea é aproximadamente 1,6180339887, frequentemente denotado pela letra grega Φ (*phi*). Essa proporção é fundamental para entender diversos conceitos geométricos e matemáticos devido às suas propriedades únicas. Uma de suas ocorrências mais conhecidas é em figuras geométricas, como o pentágono. Nesta figura, a Razão Áurea surge em uma relação muito importante entre seus lados e suas diagonais: a razão entre o comprimento de uma diagonal e o comprimento de um lado do pentágono regular é igual a Φ.

Consideremos o pentágono (Figura 5), com lados de comprimento l e diagonais de comprimento d. A relação entre d e l pode ser observada por meio da própria fórmula do valor da diagonal do pentágono, que é denotada por $d = l \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. Como $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, então temos $d = l \cdot \Phi$, o que significa que cada diagonal do pentágono é exatamente Φ vezes maior que seus lados, ou seja, se tomarmos a diagonal $\overline{AB}$ e o lado $\overline{AC}$, por exemplo, temos $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \Phi$.

Figura 5 – Razão áurea no pentágono



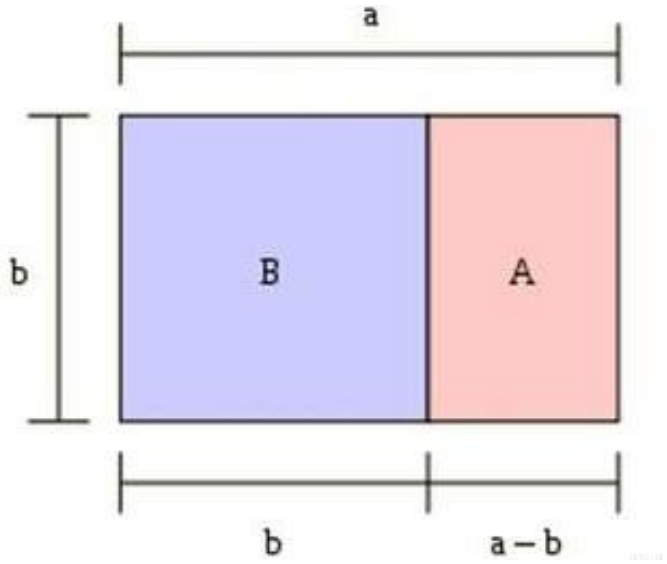
Fonte: https://www.bpiropo.com.br. Acesso em: 18 out. 2024.

Além disso, a Razão Áurea está intimamente relacionada à Sequência de Fibonacci, pois à medida em que os termos desta sequência aumentam, a razão entre dois de seus termos consecutivos (o maior dividido pelo menor) converge para o valor da Razão Áurea. Por exemplo, a razão entre o 13º e o 12º número da sequência (233 e 144) é aproximadamente 1,618, e a razão entre o 22º e o 21º termo da sequência (10946 e 6765) é aproximadamente 1,618033998521803, ficando cada vez mais próximo do valor de Φ.

3.3 RETÂNGULO DE OURO: SIMETRIA E ESTÉTICA MATEMÁTICA

O Retângulo de Ouro ou Retângulo Áureo (Figura 6) é uma figura geométrica cuja principal característica é a relação entre o comprimento e a largura, que é definida pela Razão Áurea (Φ ≈ 1,618). Esse retângulo possui propriedades matemáticas únicas e é amplamente reconhecido por suas qualidades estéticas, sendo frequentemente associado a conceitos de harmonia e equilíbrio visual.

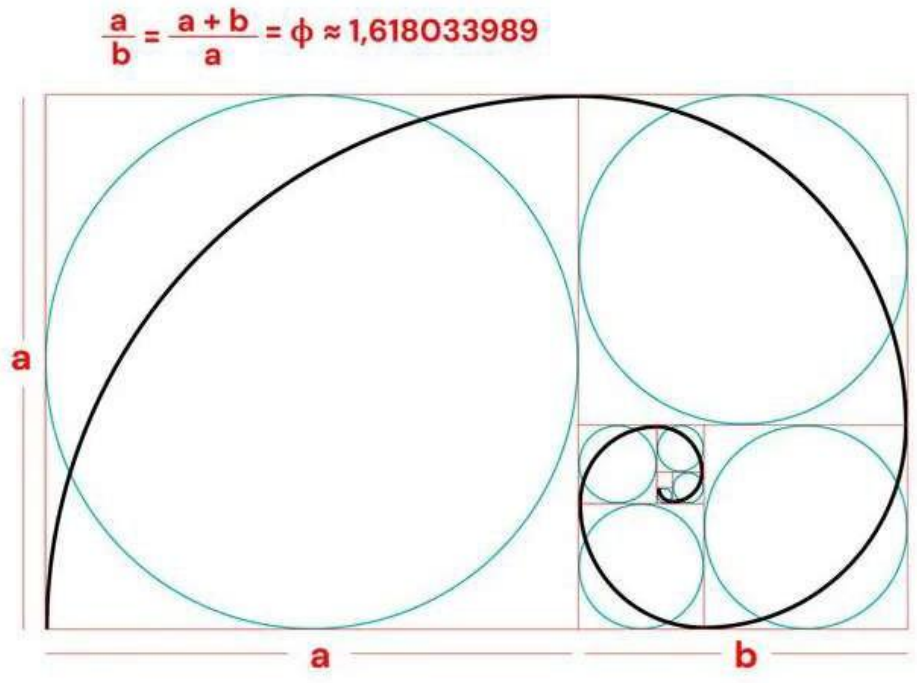
Figura 6 – Retângulo Áureo



Fonte: https://en.wikipedia.org. Acesso em: 27 set. 2024.

O Retângulo Áureo é construído de forma que a razão entre o comprimento (lado maior) e a largura (lado menor) seja igual ao Número de Ouro, Φ. Sua propriedade mais notável é que, ao remover-se um quadrado cujo lado é igual à largura do retângulo, a figura restante continua sendo um retângulo áureo, ou seja, mantém a mesma proporção entre comprimento e largura. Essa relação não se limita apenas a este retângulo: ela também aparece em outras figuras geométricas, como a espiral áurea (Figura 7), onde a Razão Áurea se reflete em seus lados e diagonais.

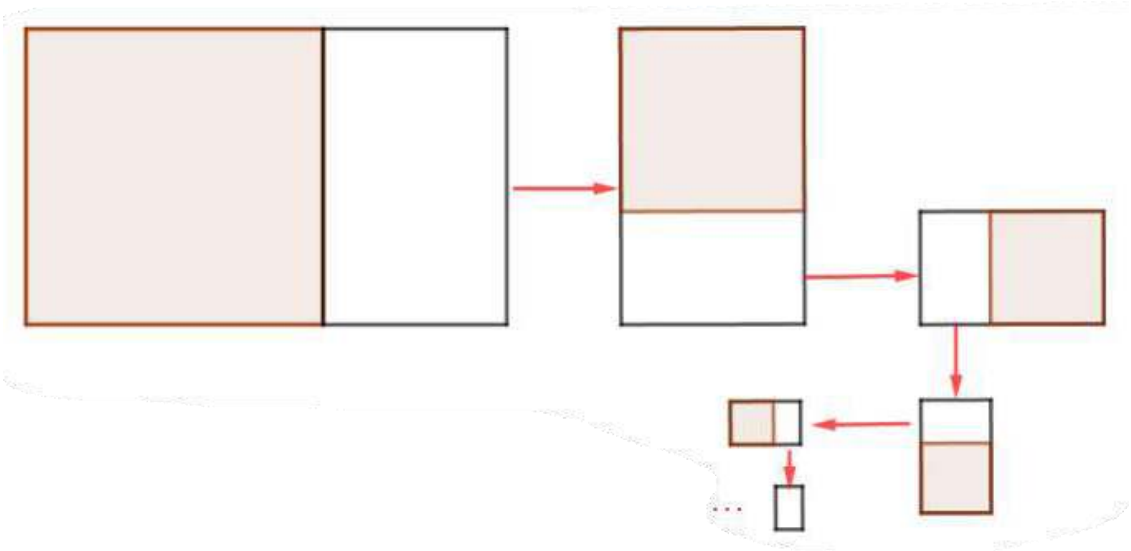
Figura 7 – Espiral Áurea



Fonte: https://www.todamateria.com.br. Acesso em: 18 out. 2024.

O processo de remoção dos quadrados pode ser repetido indefinidamente (Figura 8), resultando em uma série de quadrados menores e Retângulos Áureos, evidenciando a relação geométrica recorrente e sua conexão com a Sequência de Fibonacci. O Retângulo Áureo, então, pode ser visto como uma representação geométrica desse padrão numérico, onde cada iteração do retângulo resulta em novos retângulos que seguem esta mesma proporção. A Figura 8 mostra isoladamente os primeiros passos deste processo.

Figura 8 – Construção geométrica do Retângulo Áureo

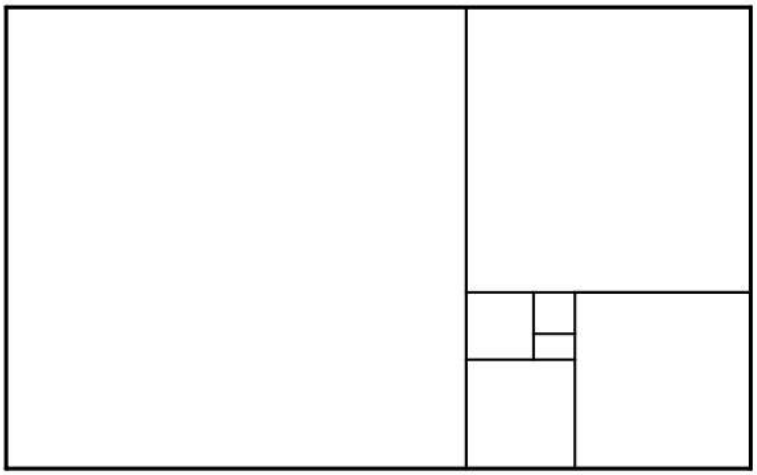


Fonte: https://clubes.obmep.org.br. Acesso em: 17 nov. 2024.

Além disso, os quadrados formados ao longo do processo de construção do Retângulo Áureo podem ser relacionados a esta sequência em questão, pois as dimensões dos quadrados gerados correspondem a termos consecutivos da sequência. Isso pode ser observado matematicamente a partir da seguinte observação: a partir de um retângulo inicial, onde a proporção entre os lados é a razão áurea (Φ), um quadrado é traçado dentro dele. Após a remoção desse quadrado, o retângulo restante mantém a mesma proporção áurea, permitindo que o processo seja repetido infinitamente.

Desta maneira, cada subdivisão gera um novo retângulo com a mesma proporção áurea, e a sequência de quadrados formados segue os números da Sequência de Fibonacci, com as dimensões dos quadrados correspondendo aos termos consecutivos dessa sequência. Esse processo converge para uma imagem específica, como mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Retângulo de Ouro

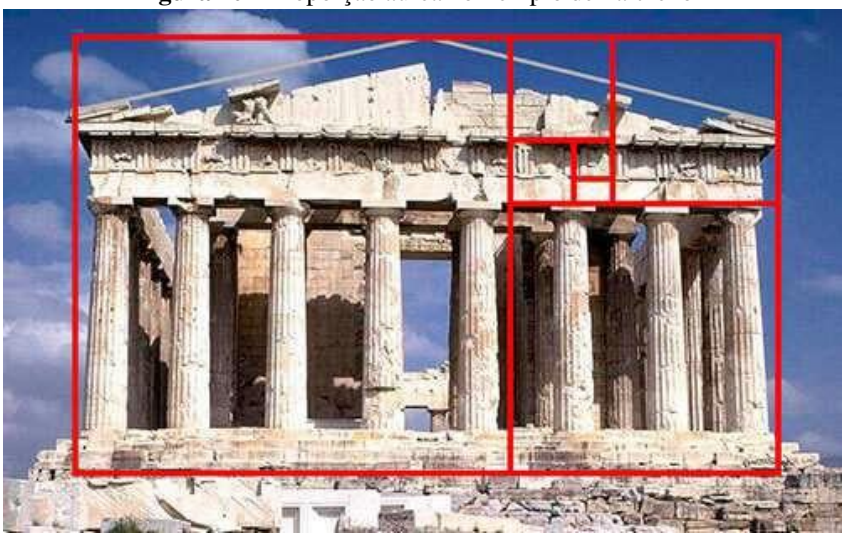


Fonte: https://clubes.obmep.org.br. Acesso em: 17 nov. 2024.

Dessa forma, a construção geométrica do Retângulo Áureo ilustra visualmente como a Sequência de Fibonacci está incluída na estrutura do retângulo. Essa conexão profunda entre estes dois elementos matemáticos não apenas ilustra a beleza matemática presente na natureza, mas também nos permite perceber como padrões matemáticos se manifestam em formas visuais e artísticas.

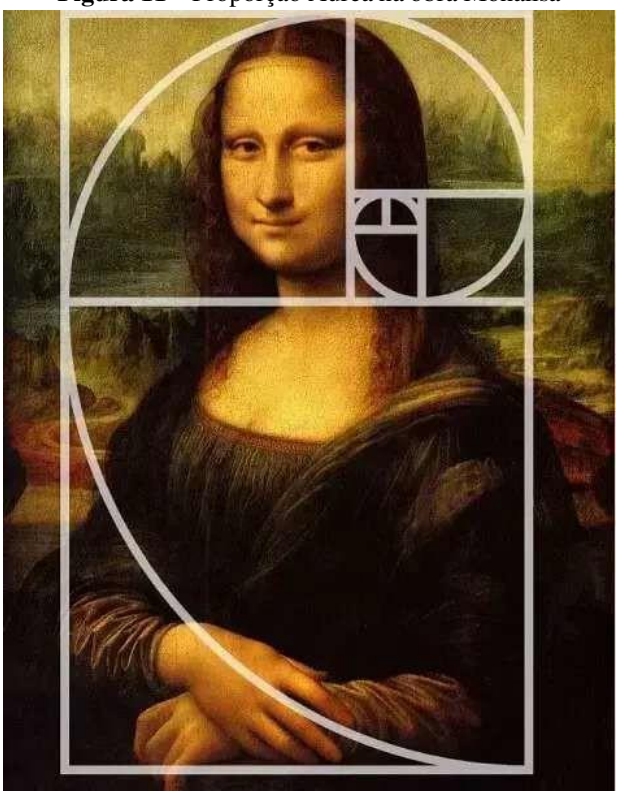
A estrutura geométrica do Retângulo de Ouro possui aplicações que vão além da matemática, influenciando também o *design* visual, por exemplo. Sua simetria e proporção são frequentemente consideradas agradáveis ao olhar humano, razão pela qual, podemos visualizar a fins didáticos, esse retângulo em composições arquitetônicas (Figura 10) e artísticas (Figura 11), proporcionando uma sensação de harmonia e equilíbrio visual.

Figura 10 – Proporção áurea no Templo de Parthenon



Fonte: https://www.marcenariaamadora.com. Acesso em: 15 out. 2024.

Figura 11 – Proporção Áurea na obra Monalisa



Fonte: https://www.vivadecora.com.br. Acesso em: 15 out. 2024.

Segundo o matemático e historiador de arte Matila Ghyka (1946), o Retângulo de Ouro, sendo construído a partir da Proporção Áurea, aparece frequentemente nos padrões de design, e afirma ainda que sua beleza é reconhecida em obras de arte e construções, desde as antigas civilizações até o Renascimento.

Sendo assim, essa ligação entre matemática e estética destaca a importância do Retângulo de Ouro em diversos campos além da Matemática e das Ciências, incluindo também a história e arte.

3.4 PROPRIEDADES MATEMÁTICAS DA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

A Sequência de Fibonacci apresenta uma série de propriedades matemáticas que merecem destaque, tanto por suas características particulares quanto por suas relações com outros conceitos e sequências matemáticas. Uma das suas principais características é sua definição recursiva, na qual cada termo da sequência é a soma dos dois termos anteriores, expressa pela equação:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ com } F_1 = 1;\ F_2 = 1 \ e \ n \geq 3.$$

Essa definição é fundamental para a compreensão da sequência e a construção de seus novos termos. Sua estrutura simples permite a aplicação em diversas áreas, como teoria dos números e análise de algoritmos, sendo especialmente útil em algoritmos computacionais que utilizam recursividade e divisão de problemas. A relação de Fibonacci com a análise de eficiência é utilizada no contexto de algoritmos de busca e ordenação, onde a sequência aparece em técnicas como a busca binária e o método de divisão e conquista[6].

A Sequência de Fibonacci também está relacionada aos números primos, um campo de estudo crescente na matemática discreta e na criptografia. Alguns termos da sequência são, de fato, números primos, como $F_3 = 2;\ F_4 = 3;\ F_5 = 5 \ e \ F_7 = 13$. Essa conexão entre Fibonacci e os números primos tem despertado interesse, pois revela padrões numéricos interessantes que podem ser explorados em diversas áreas da Matemática.

O uso dessas propriedades na criptografia se deve ao fato de que a segurança de muitos sistemas depende da dificuldade de fatorar números grandes em seus fatores primos. Sendo assim, a conexão entre os números primos e a Sequência de Fibonacci inspira novas abordagens e algoritmos para a geração de números primos e para a criação de chaves criptográficas, ampliando as opções para a organização de sistemas seguros. Essas relações evidenciam a interconexão entre diferentes áreas da Matemática e mostram como a Sequência

[6] O método de divisão e conquista é uma técnica computacional que consiste em dividir um problema complexo em subproblemas menores até que seja possível resolvê-los diretamente.

de Fibonacci serve de base para o estudo de padrões numéricos e estruturas matemáticas mais amplas.

Portanto, a análise das propriedades da Sequência de Fibonacci revela sua complexidade e versatilidade. Embora seja amplamente reconhecida por sua simplicidade aparente, suas aplicações e relações com outros conceitos matemáticos apontam como ela pode ser usada como uma ferramenta poderosa tanto em contextos teóricos quanto práticos. Isso destaca a importância de estudá-la não apenas como um conjunto de números, mas como um fenômeno que oferece compreensões profundas sobre a interconexão entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

4 TRANSDISCIPLINARIDADE: A MATEMÁTICA, AS CIÊNCIAS E A ARTE

A transdisciplinaridade surge como uma abordagem inovadora na educação, essencial para formar indivíduos críticos e criativos em um mundo que se mostra cada vez mais complexo. D'Ambrosio (1996) destaca a transdisciplinaridade como um caminho para superar as barreiras entre as disciplinas e buscar a integração de diferentes áreas de conhecimento:

> A transdisciplinaridade permite um olhar mais abrangente, onde diferentes áreas de conhecimento se encontram e se complementam para uma compreensão mais completa da realidade (D'Ambrosio, 1996).

Desta maneira, a interconexão entre a Matemática, as Ciências e a Arte oferece um espaço rico para desenvolver um pensamento integrado, que ultrapassa as fronteiras tradicionais das disciplinas, rompendo dessa forma, com a mentalidade fragmentada e reducionista que limita a educação contemporânea. Segundo Nicolescu (2000):

> A transdisciplinaridade é uma abordagem que não se limita a integrar disciplinas, mas que busca a unidade do conhecimento, superando a fragmentação do saber. O prefixo 'trans' implica a ideia de que a realidade é mais do que a soma das partes, e que a verdadeira compreensão só pode ser alcançada quando cruzamos as fronteiras entre os diferentes campos do saber (Nicolescu, 2000, p. 15).

Em um mundo em constante transformação, a transdisciplinaridade se mostra como uma resposta necessária para a formação de cidadãos capazes de pensar de forma crítica e criativa, promovendo uma educação mais significativa e conectada com a realidade. Assim, ao romper com a visão fragmentada do conhecimento, essa abordagem propõe um caminho mais integrador e enriquecedor para a aprendizagem.

Nesse sentido, a transdisciplinaridade não apenas revela a evolução do conhecimento matemático, mas também destaca suas interconexões com diversas áreas do saber, refletindo sua essência. Essa integração é fundamental para promover uma aprendizagem significativa, onde os conteúdos não são vistos isoladamente, mas em relação ao contexto do aluno e às realidades que o cercam.

Além disso, a natureza, com sua rica diversidade de formas e padrões, oferece um campo fértil para análises tanto pela Matemática quanto pela Ciência, permitindo uma compreensão mais profunda e abrangente do mundo ao nosso redor. Da mesma forma, a relação entre Matemática e Arte desafia os limites da criação estética, demonstrando como conceitos matemáticos podem enriquecer as expressões artísticas, proporcionando novas perspectivas e possibilidades.

Embora a Sequência de Fibonacci e a Razão Áurea sejam amplamente conhecidas e exaltadas por sua presença na natureza, na arte e na arquitetura, é importante distinguir os fatos dos mitos. Muitas vezes, as pessoas consideram esses conceitos como universais, o que nem sempre corresponde à realidade. Por exemplo, a proporção áurea nem sempre aparece de forma exata em elementos naturais ou em obras de arte famosas. Em vez disso, o que se observa é uma aproximação ou uma estética que pode ser interpretada como semelhante.

Reconhecer essas limitações não diminui a relevância matemática ou estética da Sequência de Fibonacci, mas promove uma compreensão mais crítica e fundamentada de seu uso e aplicação. No contexto educacional, essa distinção pode ser explorada como uma oportunidade de incentivar os estudantes a investigar e questionar informações, em vez de apenas aceitá-las.

Assim, este capítulo busca destacar o potencial da Sequência de Fibonacci como ferramenta pedagógica, utilizando as análises da natureza e da Arte para se aproximar desse padrão matemático. Quando entendida em profundidade, esta sequência em questão não é apenas um conceito matemático fascinante; é também uma porta de entrada para a integração entre diferentes áreas do conhecimento. Ela nos convida a enxergar a educação de forma mais conectada e significativa, preparando os estudantes para enfrentar os desafios complexos do mundo contemporâneo.

Nesse contexto, o capítulo explora como as interações entre diversas disciplinas podem transformar a aprendizagem, ressaltando a transdisciplinaridade como um caminho essencial para uma educação integradora[7]. Neste processo, a Sequência de Fibonacci será considerada o recurso central, proporcionando diversas oportunidades para conectar disciplinas, enriquecer o aprendizado e estimular uma compreensão mais ampla da realidade.

4.1 DIFERENÇAS ENTRE A MULTI, INTER E TRANSDISCIPLINARIDADE

A noção de transdisciplinaridade foi formulada e disseminada por vários pensadores, porém é comumente vinculada a Basarab Nicolescu, um físico romeno que teve um papel crucial no desenvolvimento do conceito na década de 1990. Segundo Nicolescu (1999, p. 9) a expressão surgiu “para traduzir a necessidade de uma jubilosa transgressão das fronteiras

[7] A educação integradora visa conectar áreas do conhecimento, promovendo uma aprendizagem mais significativa e uma compreensão holística da realidade.

entre as disciplinas, sobretudo no campo do ensino e de ir além da pluri e interdisciplinaridade".

Para entender a transdisciplinaridade, é essencial distingui-la da pluridisciplinaridade – ou multidisciplinaridade – e da interdisciplinaridade. A multidisciplinaridade acontece quando diferentes disciplinas trabalham sobre um mesmo tema, mas cada uma de forma independente, sem haver conexão entre elas. É como se cada área analisasse o assunto sob sua própria perspectiva. Por exemplo, ao estudar a Sequência de Fibonacci sob uma abordagem multidisciplinar, a Matemática poderia focar nos cálculos da sequência, as Ciências poderiam explorar os padrões encontrados na natureza, e a Arte poderia explorar como a Razão Áurea influencia o *design* e a arquitetura – tudo isso sem necessariamente relacionar essas perspectivas.

Por outro lado, a interdisciplinaridade busca um diálogo entre disciplinas, promovendo trocas e colaborações para compreender um tema ou problema de forma mais abrangente. Nesse caso, as áreas de conhecimento não apenas coexistem, mas interagem e se complementam. Por exemplo, uma abordagem interdisciplinar poderia envolver a exploração de como a Sequência de Fibonacci se manifesta na natureza, enquanto simultaneamente investiga os cálculos matemáticos e a aplicação artística, conectando essas áreas de forma integrada.

A transdisciplinaridade vai além desses dois conceitos, pois não apenas integra diferentes disciplinas, mas também transcende suas fronteiras, propondo uma abordagem mais ampla e unificada do conhecimento, que também leva em conta reflexões culturais, filosóficas e até existenciais sobre os temas abordados. Por exemplo, no próprio contexto da Sequência de Fibonacci, a abordagem transdisciplinar não apenas analisa os aspectos matemáticos, científicos e artísticos, mas também promove reflexões filosóficas e culturais sobre os padrões na natureza e como eles se relacionam com nossa percepção de beleza e ordem no universo. Essa abordagem incentiva os alunos a construir uma compreensão geral e holística.

Ubiratan D'Ambrosio (1996) ressalta a relevância da transdisciplinaridade no ensino de Matemática, uma estratégia que ultrapassa os limites convencionais das disciplinas acadêmicas, promovendo uma perspectiva mais abrangente e interligada do saber. Ele argumenta que o ensino da Matemática não deve ocorrer de maneira autônoma, mas em

interação com outros campos do conhecimento, tais como Ciências, Artes, História e Cultura, além de estar fortemente ligado aos contextos sociais e culturais dos estudantes.

Além disso, o autor sustenta que, ao unir diferentes campos do conhecimento, a matemática pode auxiliar na formação de cidadãos críticos, conscientes e dedicados à criação de um mundo mais equitativo e sustentável. Assim, a transdisciplinaridade possibilita um ensino mais abrangente, que ultrapassa o aprimoramento de habilidades técnicas, incentivando também o raciocínio crítico, criativo e a habilidade de solucionar problemas complexos que requerem múltiplas visões.

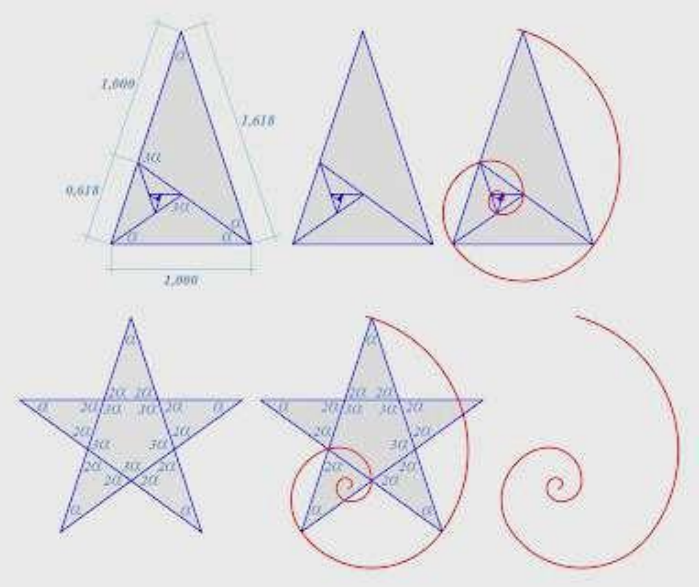
Portanto, a transdisciplinaridade na educação Matemática não só expande a visão dos estudantes, mas também converte a matemática em um instrumento para a construção de um saber mais relevante e alinhado com as necessidades do mundo atual. De acordo com D'Ambrosio (1996), essa integração aprimora o processo de ensino e aprendizagem e oferece aos alunos uma visão mais crítica e abrangente da realidade.

4.2 A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI NA CIÊNCIA E NATUREZA

Pitágoras de Samos (570 a.E.C. - 496 a.E.C.), filósofo, matemático, astrônomo e músico grego, aproximadamente entre 570 e 500 a.E.C., supôs que a proporção áurea pode ser utilizada para explicar a harmonia entre a alma e o universo, uma vez que considerava que a natureza obedecia a padrões matemáticos, afirmando que "tudo é número". A relação entre o pentagrama e a proporção áurea, bem como sua adoção como emblema pela Irmandade Pitagórica[8], é mencionada em diversas fontes históricas e literárias. A ideia de que a proporção áurea estava presente no pentagrama remonta à Grécia Antiga, onde filósofos e matemáticos como Pitágoras e seus seguidores estudaram a geometria e os números. O pentagrama, com suas relações geométricas, foi visto como um símbolo de harmonia e perfeição, refletindo as propriedades matemáticas da proporção áurea.

[8] A Irmandade Pitagórica, ou Escola Pitagórica, foi uma sociedade filosófica possivelmente fundada por Pitágoras no século VI a.E.C., focada em estudos de aritmética, geometria, astronomia, e música.

Figura 12 – Proporção áurea no triângulo isósceles, espiral, pentagrama e ângulos



Fonte: roberto-furnari.blogspot.com. Acesso em: 18 out. 2024.

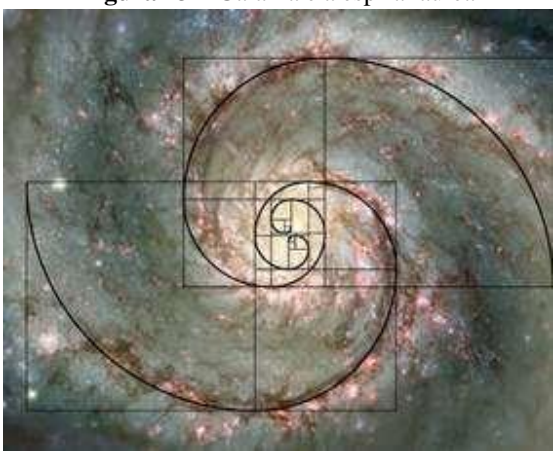
A natureza também desempenha um papel crucial na interseção entre a Matemática e as Artes. A aproximação da Sequência de Fibonacci pode ser observada em diversos fenômenos naturais, como na disposição das folhas em uma planta, no padrão das flores e na formação das conchas. Essa conexão inspirou muitos artistas a capturar a beleza da natureza em suas obras, muitas vezes incorporando os padrões que a sequência revela. Segundo estudos de Stewart (1995), a presença dessa sequência na natureza não é coincidência, mas sim uma consequência de processos de crescimento e divisão eficientes.

A Sequência de Fibonacci tem uma conexão muito interessante com a Ciência, especialmente em campos como biologia, física e astronomia, onde padrões numéricos e geométricos são essenciais para compreender certos fenômenos naturais e físicos. Assim, fica evidente que esta famosa sequência tem implicações significativas em diversos campos da Ciência, compondo uma das ligações mais importantes entre a Matemática e os fenômenos naturais. Essa ligação entre números e a natureza evidencia a eficácia e a organização dos processos naturais, que muitas vezes permanecem ocultos à nossa observação imediata.

O estudo da formação de galáxias espirais (Figura 13) também foi influenciado por essa sequência, sugerindo que há uma lógica matemática presente no *design* natural. Segundo Sparrow (2008), muitas delas, como a Via Láctea, têm “braços” que se enrolam em torno do núcleo central de maneira logarítmica, seguindo proporções que frequentemente se assemelham às identificadas na Sequência de Fibonacci. Esta estrutura espiral logarítmica nas galáxias é um padrão frequente que melhora o movimento e a distribuição de matéria,

possibilitando que estrelas e planetas se alinhem de forma eficaz ao redor do centro da galáxia. Estes vínculos mostram como padrões matemáticos básicos podem se transformar em fenômenos complexos da natureza.

Figura 13 – Galáxia e a espiral áurea



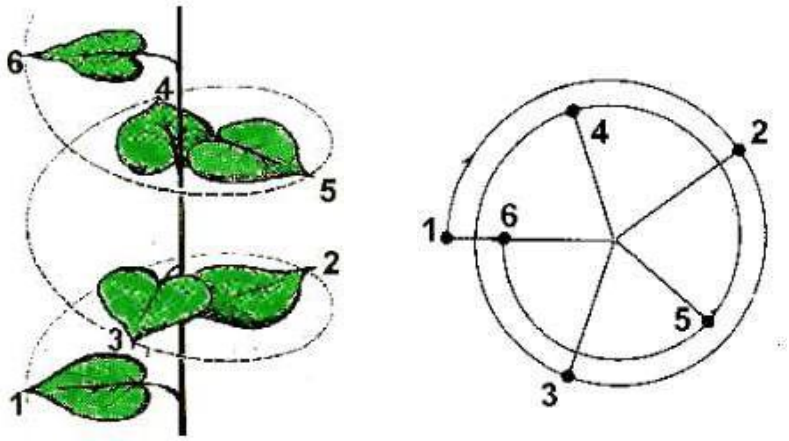
Fonte: educacaopublica.cecierj.edu.br. Acesso em: 23 out. 2024.

Na biologia, a Sequência de Fibonacci se manifesta de forma marcante em diversos padrões de crescimento e organização natural, como por exemplo na filotaxia[9]. Por exemplo, como ilustrado na Figura 14, as folhas seguem um padrão helicoidal, com cada conjunto de 3 folhas consecutivas (1, 2 e 3) formando ângulos iguais entre si. Nesse caso, 5 folhas estão distribuídas em 2 voltas completas, com um ângulo entre folhas consecutivas de $\frac{2\times360}{5} = 144°$. Em muitas espécies, as folhas seguem um padrão espiralado que se assemelham aos números de Fibonacci. Os números de Fibonacci, como 1, 2, 3, 5, 8 e 13, frequentemente aparecem na filotaxia, garantindo maior eficiência na exposição à luz e no uso do espaço, embora existam exceções. Este padrão reflete a organização natural otimizada no crescimento das plantas.

Segundo estudos, essa configuração não apenas maximiza a exposição à luz solar, permitindo uma fotossíntese mais eficiente, mas também otimiza o uso do espaço, evitando sombreamento entre as folhas e facilitando o fluxo de ar. Embora existam exceções, este padrão natural garante que a planta cresça de maneira eficiente e harmoniosa, aproveitando ao máximo os recursos disponíveis.

[9] Se refere à disposição das folhas em torno do caule das plantas.

Figura 14 – Filotaxia



Fonte: https://www.uel.br. Acesso em: 22 jan. 2025.

Também é possível aplicar a sequência na estrutura das flores associando o número de pétalas a um número de Fibonacci. Por exemplo, o caso do lírio, que tem três pétalas; a prímula com cinco; o delfínio, oito; a erva-de-são-tiago, treze; e a chicória com 21 pétalas, como pode ser observado na Figura 15. Essa regularidade sugere uma relação entre a sequência e o desenvolvimento simétrico das plantas.

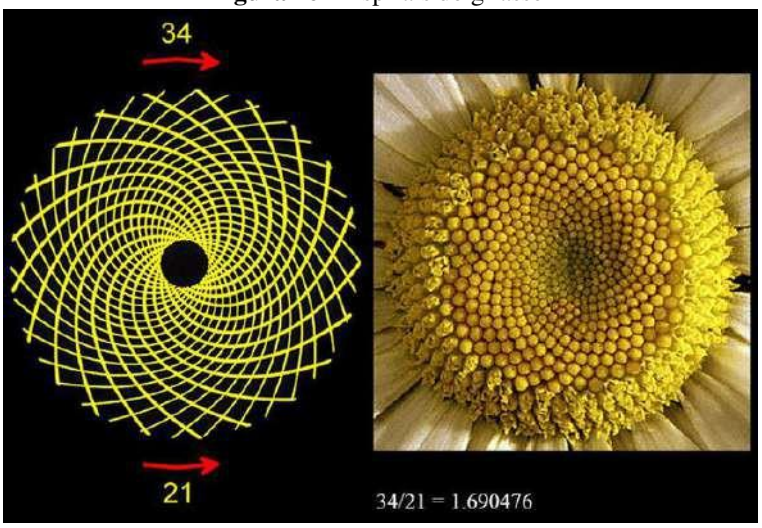
Figura 15 – Lírio, prímula, delfínio, erva-de-são-tiago e chicória, nessa ordem



Fonte: educacaopublica.cecierj.edu.br. Acesso em: 18 out. 2024.

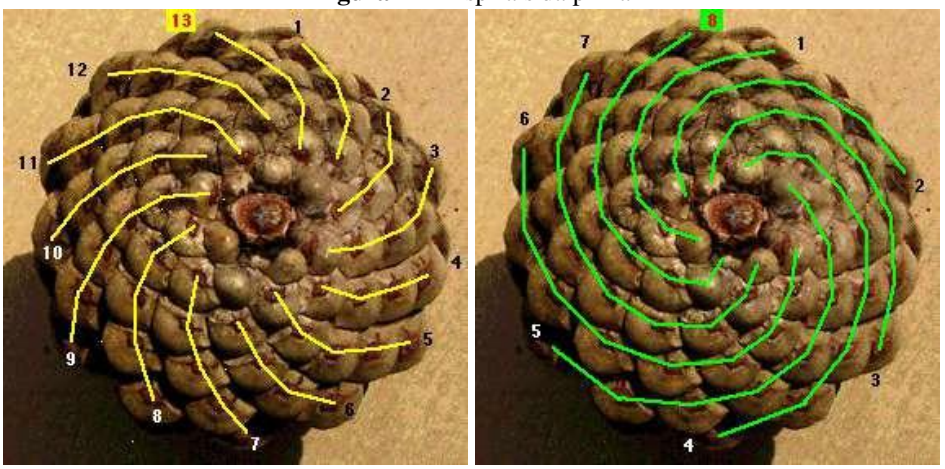
A organização das sementes em plantas como o girassol, segue espirais que também podem ser aproximadas à Sequência de Fibonacci (Figura 16). Observando o centro do girassol, é possível perceber espirais em duas direções diferentes e normalmente a quantidade de espirais destas duas direções corresponde a dois números consecutivos da sequência, permitindo que o maior número de sementes ocupe uma área mínima, otimizando a reprodução da planta. Estes padrões de espirais também podem ser observados nas pinhas (Figura 17).

Figura 16 – Espirais do girassol



Fonte: aledesigner.com.br. Acesso em: 18 out. 2024.

Figura 17 – Espirais da pinha



Fonte: www.mat.uc.pt. Acesso em: 18 out. 2024.

Em animais, a sequência também pode ser inserida de várias formas, principalmente relacionadas aos padrões de crescimento e proporções corporais. A espiral aparece em algumas conchas de moluscos, como os *nautilus*[10], onde à medida que o molusco cresce, a concha mantém sua forma espiralada, mantendo as proporções da sequência. A forma como insetos organizam suas partes corporais, como as asas, também demonstram estas relações, sugerindo que a sequência proporciona uma estrutura eficiente e funcional para o crescimento de muitos organismos. Além disso, no trabalho de Freitas (2008), o autor também destaca outros animais como o antílope (*Antílope Cervicapra*) e o camaleão (*Chamaeleonidae*).

[10] Em português, náutilo. Gênero de moluscos cefalópodes nectônicos marinhos do Indo-Pacífico.

Figura 18 – Espiral áurea no antílope, no camaleão e no nautilus

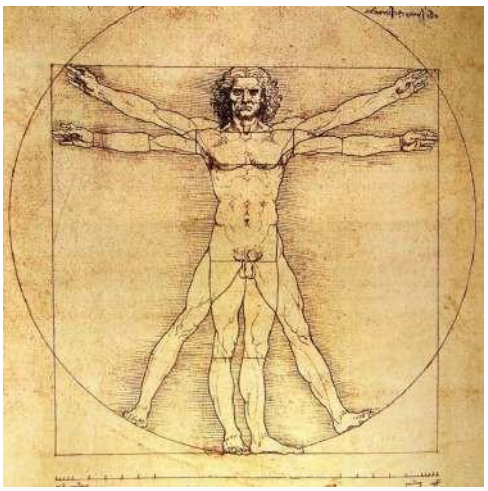


Fonte: educacaopublica.cecierj.edu.br. Acesso em: 21 out. 2024.

Além dos exemplos citados de como a sequência pode ser apreciada em plantas e animais, a proporção do corpo humano merece destaque. Embora a busca pela ideia de um corpo e rosto "perfeitos" já estivesse em discussão na Grécia Antiga, foi durante o Renascimento que passaram a estudar esta ideia com maior profundidade. Podemos considerar, com propósitos didáticos, que a relação entre a razão áurea e o corpo humano pode ser vista a partir da obra Homem Vitruviano (Leonardo da Vinci, 1492). Esta relação pode, além de influenciar a estética, moldar a compreensão da proporção ideal, mostrando como a beleza está intimamente ligada aos princípios matemáticos.

Segundo Kemp (2006), Leonardo da Vinci, ao criar a obra “O Homem Vitruviano”, não se limitou a uma representação artística do corpo humano, mas procurou demonstrar a relação harmônica entre arte e ciência. A figura humana, inserida em um círculo e um quadrado, reflete o conceito de proporções ideais, em que o círculo simboliza o divino e o quadrado representa a materialidade. Deste modo, a obra mostra a possível relação entre Matemática, Arte e Filosofia à medida em que busca a compreensão da perfeição e do equilíbrio do corpo humano.

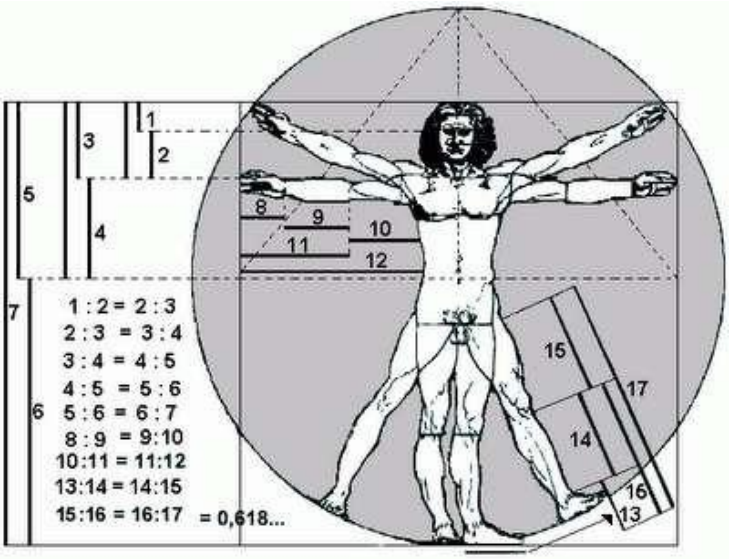
Figura 19 – “O Homem Vitruviano” de Leonardo da Vinci



Fonte: istoe.com.br. Acesso em: 21 out. 2024.

A obra de Leonardo da Vinci foi inspirada em uma passagem do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio, que viveu entre 30 e 15 a.E.C. Em seu tratado *De Architectura*, especialmente no terceiro livro, o autor descreve as proporções do corpo humano masculino. Ele afirma que um homem com braços e pernas estendidos poderia ter os dedos das mãos e dos pés tocando um círculo imaginário traçado em torno de seu corpo. Essa ideia não só ilustra como o corpo humano pode ser contornado por uma figura circular, mas também como uma figura quadrada pode ser encaixada nesse contorno. Essa relação entre formas geométricas e as proporções do corpo humano evidencia a busca pela harmonia e pela beleza na arte e na arquitetura, que Leonardo da Vinci explorou em muitas de suas obras.

Figura 20 – Proporções áureas na obra "O Homem Vitruviano"



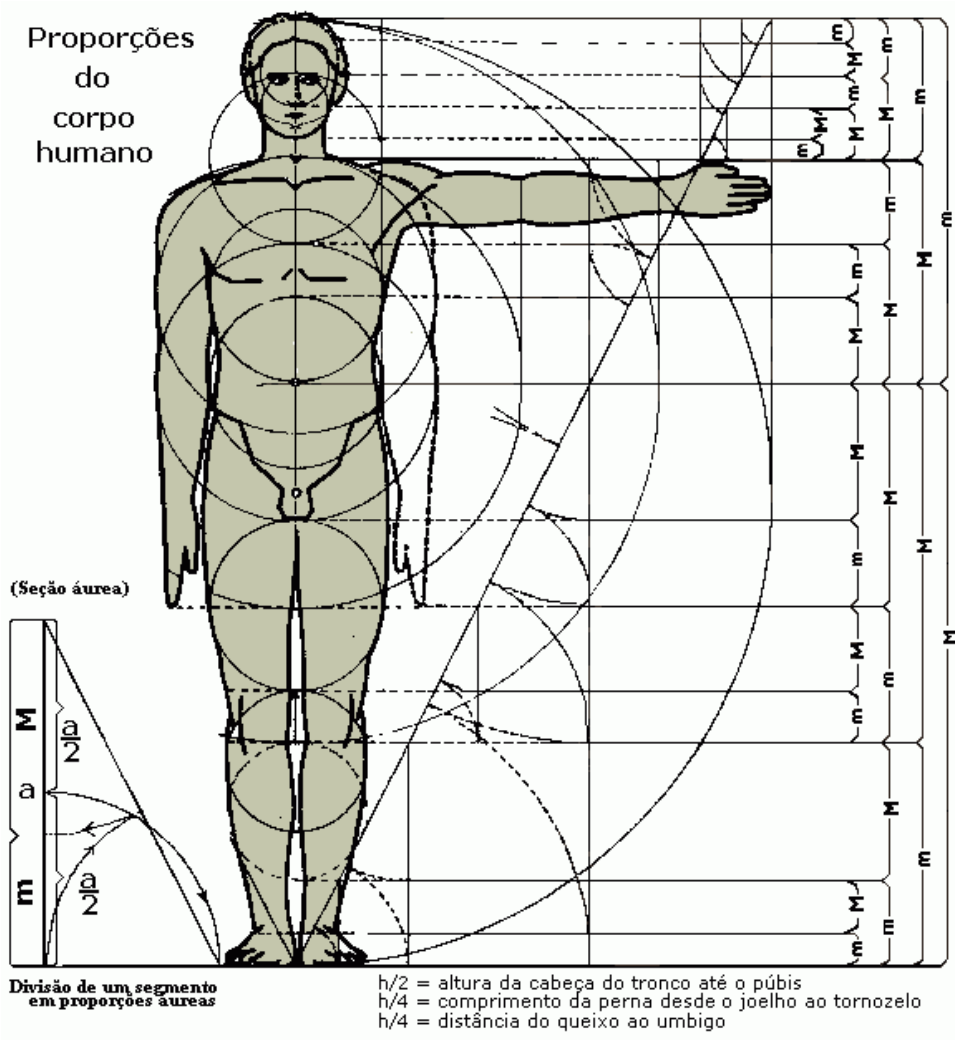
Fonte: studioeureka.wordpress.com. Acesso em: 21 out. 2024.

Atualmente, após serem identificadas várias razões em nosso corpo que tendem a ser áureas, os estudos destacam cada vez mais essas proporções. A observação pode ser feita em várias partes do corpo, bem como nos padrões de crescimento e movimento, como na disposição dos músculos e na estrutura óssea, evidenciando como esses padrões matemáticos podem ser vistos em diversas escalas. Essas manifestações da Sequência de Fibonacci no corpo humano destacam não só a beleza estética, mas também a complexidade das relações entre a matemática e a Biologia, mostrando como padrões matemáticos afetam nossa percepção da forma e funcionalidade do corpo.

Dentre as proporções observadas no corpo humano (Figura 21), é possível determinar a razão dos valores encontrados e perceber que elas sempre convergem para o valor de Φ, ou seja, para a proporção áurea. Seguem abaixo algumas delas:

- A altura do corpo humano e a medida do umbigo até o chão;
- A altura do crânio e a medida da mandíbula até o alto da cabeça;
- A medida da cintura até a cabeça e o tamanho do tórax;
- A medida do ombro à ponta do dedo e a medida do cotovelo à ponta do dedo;
- O tamanho dos dedos e a medida da dobra central[11] até a ponta;
- A medida da dobra central até a ponta e da segunda dobra até a ponta.

Figura 21 – Proporção e simetria aplicadas à perfeição do corpo humano



Fonte: www.uel.br. Acesso em: 23 out. 2024.

Assim, fica evidente que a Sequência de Fibonacci vai além de um simples padrão numérico. Ela possui relevância significativa nos estudos de diversos campos da Ciência, desde o desenvolvimento das plantas até a criação de galáxias, representando uma das mais notáveis conexões entre a matemática e os fenômenos naturais. Esta conexão entre números e

[11] A "dobra central" refere-se à articulação média dos dedos, conhecida como articulação interfalângica proximal, localizada entre a base do dedo e a ponta, onde o dedo se dobra ao fazer um movimento de flexão.

natureza evidencia a eficácia e a boa organização dos processos naturais, muitas vezes invisíveis à nossa visão direta.

Portanto, a análise da Sequência de Fibonacci funciona como uma ligação entre várias áreas do conhecimento, proporcionando um instrumento interessante para compreender o equilíbrio e a estrutura de vários fenômenos naturais e artificiais. A existência desta sequência em diversos campos do saber demonstra como a matemática é uma linguagem universal que se estende por todo o nosso mundo.

4.3 A RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E AS ARTES

A Arte pode ser entendida como uma forma de expressão criativa que reflete a visão, os sentimentos e as ideias humanas, utilizando elementos como formas, cores, sons, movimentos e estruturas para comunicar significados e despertar emoções. Representando tanto a individualidade quanto a coletividade, a arte transcende limites culturais e históricos, permitindo interpretações diversas e promovendo a conexão entre diferentes áreas do conhecimento.

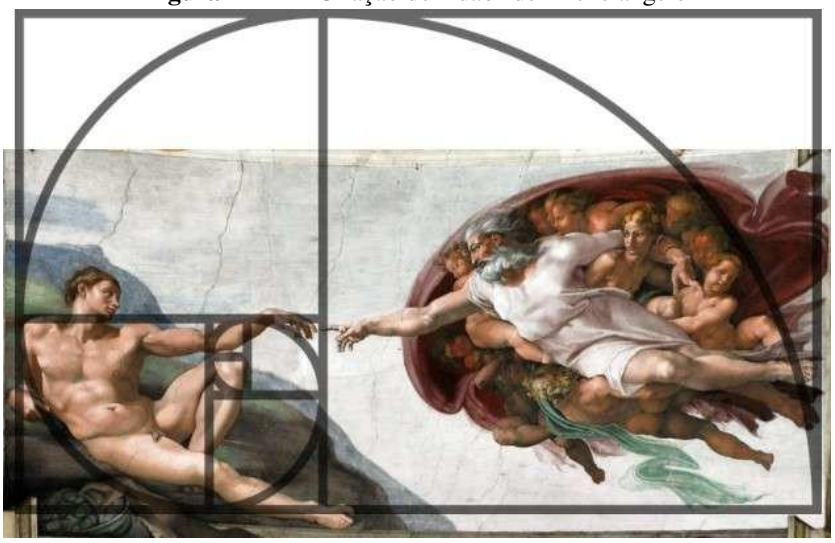
A transdisciplinaridade entre a Matemática e as Artes é uma abordagem educacional que promove a interconexão entre diferentes campos do conhecimento, que em primeira impressão, não parecem poder se relacionar. Porém, as sete artes clássicas – pintura, escultura, música, literatura, dança e arquitetura – proporcionam um amplo campo de possibilidades para essa integração, possibilitando aos alunos uma compreensão mais profunda e integrada. Um exemplo significativo dessa relação é a Sequência de Fibonacci, que, além de sua importância matemática, é amplamente utilizada nas artes e na arquitetura. Essa sequência, na qual cada número é a soma dos dois anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...), revela padrões que se manifestam em diversas formas artísticas, criando uma oportunidade interessante para unir essas duas disciplinas.

Um dos aspectos mais fascinantes da relação entre a Sequência de Fibonacci e as Artes é a maneira como ela pode influenciar a estética e a composição artística. No período do Renascimento, movimento cultural e artístico que floresceu entre os séculos XIV e XVI, pintores e escultores começaram a explorar de forma consciente conceitos relacionados à proporção áurea, que está diretamente ligada à Sequência de Fibonacci. Obras icônicas como "A Criação de Adão", de Michelangelo (Figura 22), e "O Nascimento da Vênus", de Botticelli

(Figura 23), são frequentemente analisadas sob a perspectiva da proporção áurea, embora, no caso das obras clássicas, muitas dessas interpretações estejam baseadas em conjecturas.

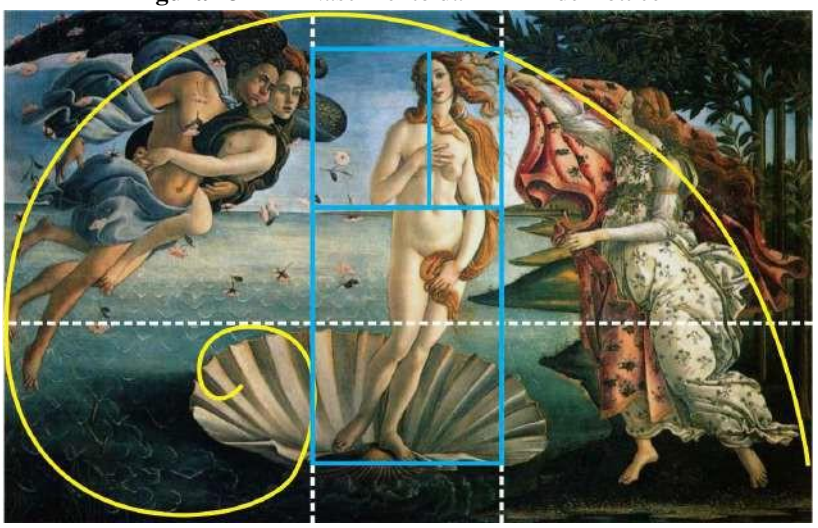
No entanto, essa análise pode servir como um ponto de partida para que os alunos discutam como proporções e simetria contribuem para a harmonia visual em composições artísticas. Além disso, atividades que envolvam a criação de obras utilizando a Sequência de Fibonacci como guia para proporções e dimensões podem estimular a criatividade dos estudantes, resultando em produções que integram Matemática e Arte de forma dinâmica e reflexiva.

Figura 22 – "A Criação de Adão" de Michelangelo



Fonte: www.hipercultura.com. Acesso em: 15 out. 2024.

Figura 23 – "O Nascimento da Vênus" de Botticelli

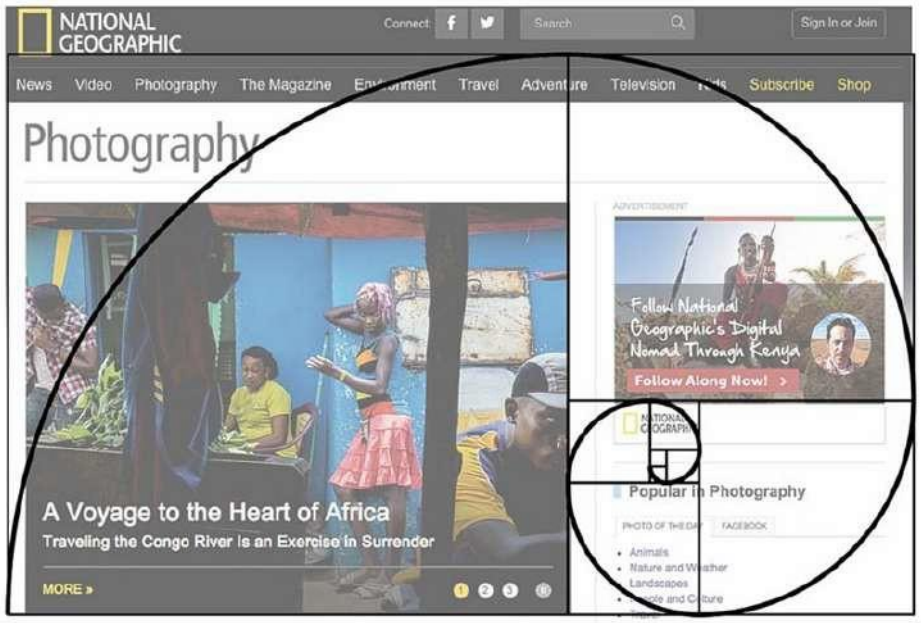


Fonte: loscopiadores.blogspot.com. Acesso em: 15 out. 2024.

É muito interessante pensar em como esta famosa sequência pode também ser observada no *design*, proporcionando uma base para composições visuais equilibradas e

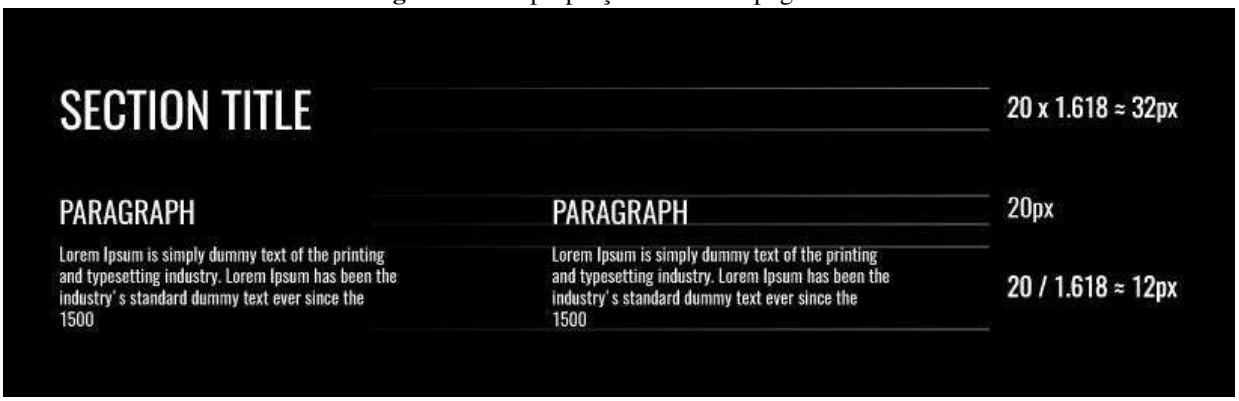
atraentes. Ela ajuda a criar proporções harmoniosas em *layouts* de *sites* (Figura 24), por exemplo, guiando o olhar do espectador de maneira planejada. Na tipografia, a sequência define tamanhos de fontes (Figura 25), estabelecendo uma hierarquia clara que facilita a leitura. Além disso, é aplicada no *design* de logotipos (Figura 26), garantindo formas visualmente agradáveis e memoráveis. Assim, a Sequência de Fibonacci enriquece o *design*, melhorando sua estética e a experiência do usuário.

Figura 24 – A proporção áurea na escolha de layouts



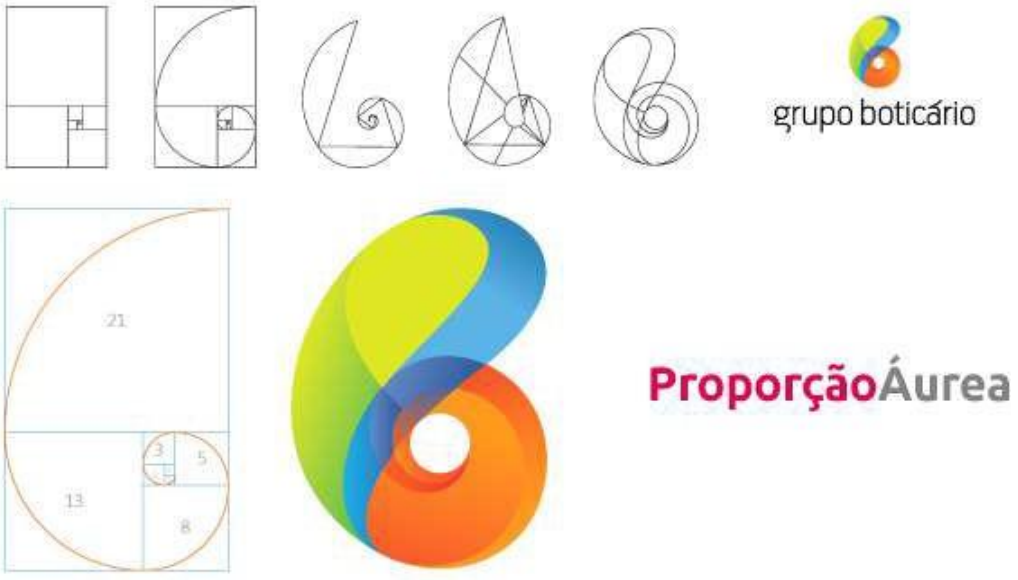
Fonte: blog.greendigital.com.br. Acesso em: 16 out. 2024.

Figura 25 – A proporção áurea na tipografia



Fonte: blog.greendigital.com.br. Acesso em: 16 out. 2024.

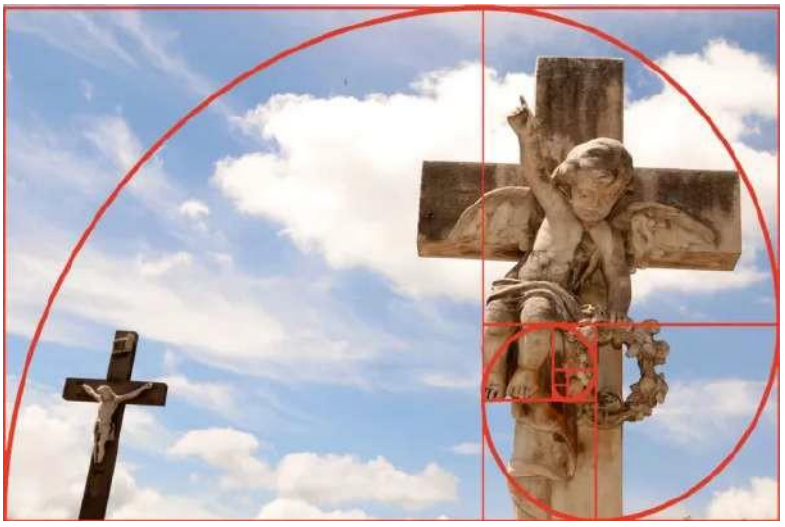
Figura 26 – A proporção áurea no logotipo do Grupo Boticário



Fonte: sala7design.com.br. Acesso em: 23 out. 2024.

No campo da fotografia, a relação com a matemática é igualmente evidente, especialmente através da Regra dos Terços (Figura 27), que divide a imagem em seções proporcionais à Sequência de Fibonacci. Essa técnica, muito utilizada por fotógrafos e *designers*, ajuda a criar composições equilibradas. Ao posicionar os elementos da cena ao longo dessas linhas ou em seus cruzamentos, o olhar do observador é direcionado ao ponto de maior interesse, o centro da espiral, como um guia imaginário apontando para onde os olhos devem ir. Dessa forma, a fotografia se torna uma ferramenta poderosa no contexto transdisciplinar, permitindo que os alunos utilizem a Sequência de Fibonacci para guiar a colocação de elementos em suas composições.

Figura 27 – Proporção Áurea vs Regra dos Terços



Fonte: www.blogolhaopassarinho.com.br. Acesso em: 16 out. 2024.

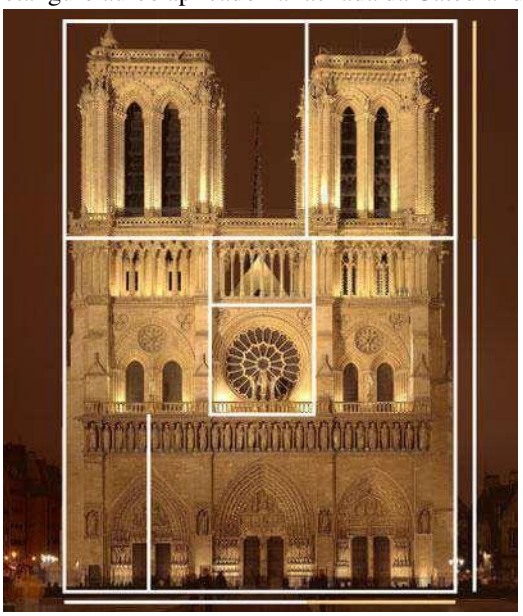
Além das artes visuais, a Sequência de Fibonacci e a Proporção Áurea podem ser observadas de uma maneira muito interessante na arquitetura. Estruturas icônicas, como o Parthenon em Atenas (Figura 28) e a Catedral de Notre Dame (Figura 29), podem ser utilizadas para ilustrar, com propósito didático, a sequência em questão, visando criar um equilíbrio estético que agrade aos olhos e que se relacione com a matemática. A arquitetura moderna também se beneficia dessa relação, uma vez que muitos edifícios são concebidos com base nas proporções áureas, resultando em espaços que parecem naturalmente harmoniosos. Assim, a matemática se torna um guia para a criação de ambientes agradáveis e funcionais. Dito isso, a análise dessas estruturas pode levar os estudantes a investigar a relação entre forma e beleza.

Figura 28 – Parthenon: Templo em Atenas, Grécia



Fonte: www.archdaily.com.br. Acesso em: 15 out. 2024.

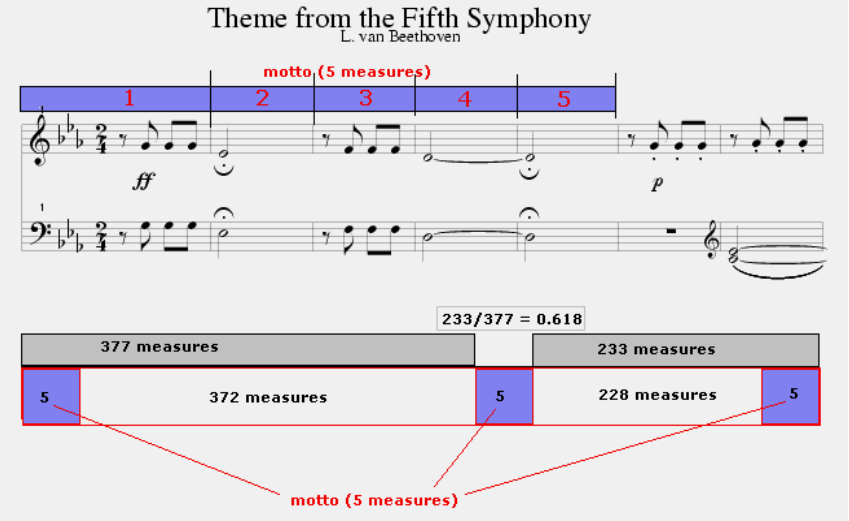
Figura 29 – Retângulo áureo aplicado na fachada da Catedral de Notre Dame



Fonte: projetobatente.com.br. Acesso em: 15 out. 2024.

A relação entre a Matemática e a música também pode ser observada usando a Sequência de Fibonacci, no que se diz respeito à estrutura das obras de alguns compositores clássicos. Um exemplo interessante é a 5ª Sinfonia de Beethoven (Figura 30), na qual foram encontradas algumas subdivisões das seções que podem ter seguido esta proporção. A famosa abertura da sinfonia com o motivo[12] de "três notas curtas e uma longa" (o “motivo destino”) segue uma repetição e variação que cria um equilíbrio rítmico e estrutural, apresentando padrões numéricos relacionados ao tipo de progressão encontrada na Sequência de Fibonacci.

Figura 30 – Métrica da 5ª Sinfonia de Beethoven



Fonte: www.geocities.ws. Acesso em: 18 out. 2024.

Ao utilizar proporções para definir a duração das notas e organizar seções, esses compositores criam uma estrutura sólida e um ritmo envolvente, enriquecendo a beleza da música. Os alunos também podem explorar essa conexão ao compor peças musicais que sigam a sequência, promovendo uma compreensão mais profunda do vínculo entre ritmo e matemática. Por exemplo, os estudantes podem compor uma melodia usando as durações das notas baseadas na sequência de Fibonacci, como 1 (semínima[13]), 1 (semínima), 2 (mínima[14]), 3 (semibreve[15]), 5 (semibreve), criando uma peça musical que segue essas proporções e explora a relação entre ritmo e matemática. Dessa forma, eles não apenas ampliam seu conhecimento musical, mas também descobrem a universalidade da Matemática na Arte, revelando a harmonia entre esses dois campos.

[12] O "motivo" na música é a menor unidade rítmica ou melódica que forma a base de uma peça ou seção. É um elemento curto, com uma sequência de notas, ritmos ou uma combinação dos dois, que é repetido, variado e desenvolvido ao longo da música, criando coesão e identidade para a obra.
[13] Nota musical que dura metade de uma mínima.
[14] Nota musical que dura metade de uma semibreve.
[15] Nota musical que dura quatro tempos em uma medida comum.

Por fim, a observação da sequência pode ser estendida à literatura e à poesia, trazendo uma dimensão única ao ser utilizada para a organização de estrofes e inspiração de temas que simbolizam crescimento e beleza. Alguns escritores, como Homero em Ilíada e Virgílio em Eneida, experimentam a formatação do texto para criar visuais que seguem uma sequência, que pode ser aproximada à de Fibonacci, apresentando uma proposta diferenciada ao leitor acostumado com métricas simétricas e regulares à medida em que construíam a razão áurea com as estrofes maiores e menores. Ao aplicar uma atividade relacionada a estas áreas, os alunos conseguem perceber outras diferentes possibilidades de expressão artística.

A transdisciplinaridade entre Matemática e Artes cria uma conexão muito interessante que permite aos alunos explorar e entender conceitos de forma integrada e criativa. Ao mesclar este campo de possibilidades para essa interconexão, os estudantes não apenas desenvolvem uma apreciação estética, mas também aprendem a observar e se expressar de maneira criativa. Quando utilizam a Sequência de Fibonacci na criação e análise de obras, por exemplo, têm a chance de entender como a matemática pode enriquecer suas práticas artísticas. Isso os ajuda a perceber que a Matemática não é apenas sobre fórmulas; é também uma expressão de perfeição e beleza, mudando a forma como veem essa disciplina e ampliando sua compreensão sobre o mundo.

5 PROPOSTAS DE TAREFAS MATEMÁTICAS TRANSDISCIPLINARES

Segundo João Pedro Mendes da Ponte, Universidade de Lisboa (2005), a aprendizagem dos alunos depende de dois fatores principais: a atividade que realizam e a reflexão que fazem sobre ela, sendo a tarefa o objetivo dessa atividade. Na proposta transdisciplinar aplicada na Matemática, é fundamental que os alunos percebam a relação entre esta disciplina e outras áreas do conhecimento, despertando um maior interesse pela mesma. Isso pode ser promovido, por exemplo, por meio de tarefas contextualizadas, que ajudam os alunos a perceberem a aplicação prática da Matemática e a relevância de seu uso no cotidiano e em diversas áreas de estudo.

O autor destaca que as duas dimensões fundamentais das tarefas são o grau de desafio matemático e de estrutura. O grau de desafio está ligado à percepção da dificuldade da questão, podendo ser classificado como reduzido ou elevado. Já o grau de estrutura varia entre "fechado", quando é claramente indicado o que é fornecido e solicitado, e "aberto", quando há certo grau de indeterminação quanto ao que é dado e o que é pedido.

Figura 31 – Tipos de tarefas e relação entre o grau de desafio e de estrutura



Fonte: Ponte (2005).

A realização das tarefas abertas, de caráter exploratório e investigativo, é enriquecida pela discussão, uma ferramenta essencial para a construção do conhecimento. Por meio dela, os alunos compartilham ideias, formulam hipóteses e questionam uns aos outros. O papel do professor é agir como moderador, incentivando a comunicação e a troca de pensamentos e ideias matemáticas. Segundo Polya (2006), a proposta de problemas aos alunos permite que eles se sintam desafiados em suas capacidades matemáticas, experimentando o prazer pela descoberta. Esse desafio é fundamental para que compreendam a verdadeira natureza da Matemática e desenvolvam um gosto genuíno pela disciplina.

O ensino e aprendizagem exploratório destacado por Ponte valoriza a descoberta e a reflexão, permitindo aos alunos maior envolvimento e autonomia. Nesse sentido, foram cuidadosamente planejadas cinco propostas de tarefas transdisciplinares envolvendo Matemática, Ciências e Artes, com o intuito de diversificar os tipos de tarefas e promover um aprendizado enriquecedor e engajador, explorando diversos aspectos da Sequência de Fibonacci. Essas tarefas incentivam uma exploração prática e o desenvolvimento de uma compreensão profunda dos conceitos, promovendo um aprendizado mais significativo. Embora também possam ser adaptadas para o Ensino Médio, o foco destas tarefas é direcionar-se especificamente aos anos finais do Ensino Fundamental.

Com a finalidade de apresentar uma proposta para a sala de aula, buscamos responder como abordar a Sequência de Fibonacci para enriquecer o conhecimento matemático dos estudantes por meio da transdisciplinaridade entre a Matemática, Ciências e a Arte para motivar o aprendizado? Para isso apresentamos um conjunto de tarefas que podem ser utilizadas e/ou adaptadas para a sala de diferentes anos escolares.

Cada tarefa foi planejada para abordar conceitos matemáticos de maneira prática e contextualizada. Utilizando situações-problema, leituras, experimentações e criações artísticas, buscou-se garantir que todos os alunos tenham a oportunidade de aprender sobre o mesmo tema de diferentes maneiras. A seleção das tarefas, que inclui desde o uso de dominós para introduzir o conceito de sequências até a criação de poemas baseados na Sequência de Fibonacci, visa envolver os alunos em um processo ativo de descoberta e aplicação do conhecimento, tornando o aprendizado mais dinâmico e interessante.

5.1 TAREFA 1: DOMINÓS

A Tarefa 1 é uma proposta de situação-problema que utiliza peças de dominó, baseada em um exercício de Morgado e Carvalho (2015, *apud* Fonseca, 2023), que propõe determinar o número de maneiras de cobrir um tabuleiro de 2 x n com dominós de 2 x 1 iguais. Entretanto, esta tarefa proposta, conforme a classificação de Ponte (2005), vai além do conceito de um simples exercício, pois busca, além da resolução de um problema específico, promover uma compreensão aprofundada do conceito de sequência. Assim, o objetivo geral desta tarefa é explorar a ocorrência da Sequência de Fibonacci, promovendo uma compreensão mais aprofundada do conceito entre os educandos. Especificamente, busca-se

proporcionar uma introdução à Sequência de Fibonacci através da resolução de uma questão inicial, além de desenvolver o raciocínio lógico dos alunos, uma vez que se trata de uma tarefa mais manual e lógica.

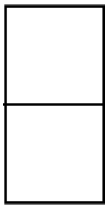
O material necessário inclui cinco peças de dominó para cada dupla ou grupo de alunos, além da lousa, lápis ou caneta, e uma folha com o enunciado da questão. Esta folha terá instruções para a tarefa, a tabela para preenchimento, o enunciado das questões e um exemplo de como fazer o preenchimento dos tabuleiros. Desta maneira, a metodologia adotada para essa aula é baseada na resolução de problemas, incentivando a participação ativa dos alunos durante a exposição dos conteúdos. O conceito de sequências será explorado, partindo do uso do dominó como uma ferramenta prática.

Será apresentado à turma a seguinte questão: "De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de 2 x n com peças de dominó 2 x 1 idênticas?" Como a resposta para essa questão não é evidentemente imediata, é necessário um estudo de casos, no qual os estudantes serão incentivados a analisar todas as etapas do processo, buscando uma generalização, o que os levará à compreensão da relação dessa questão com a sequência inicial.

É esperado que os alunos sigam a seguinte linha de raciocínio para cada pergunta da questão central, considerando que cada peça tem a proporção 2 x 1:

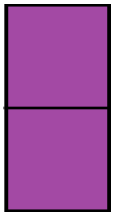
a) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 1 com apenas uma peça de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura 32 – Tabuleiro 2 x 1



Fonte: Autoria Própria.

Figura 33 – Tabuleiro 2 x 1 preenchido

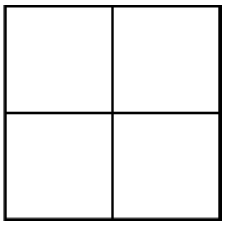


Fonte: Autoria Própria.

A Figura 32 representa o tabuleiro 2 x 1 a ser preenchido pela peça de dominó. Como pode-se perceber, há apenas uma forma de cobrir este tabuleiro sem ultrapassar seu espaço (Figura 33), que é na posição vertical. Assim, o número 1 deve ser anotado na tabela.

b) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 2 com duas peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura 34 – Tabuleiro 2 x 2

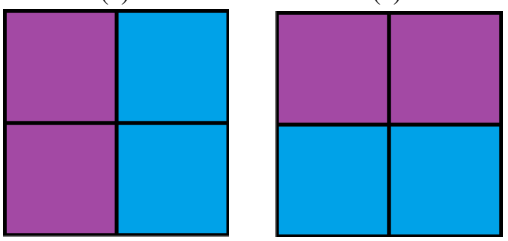


Fonte: Autoria Própria.

A Figura 34 ilustra o tabuleiro 2 x 2 apresentado no enunciado. É possível observar que há duas possibilidades de colocar duas peças de dominó no tabuleiro: as duas na vertical ou as duas na horizontal, como é mostrado na Figura 35. Desta maneira, o número 2 deve ser anotado na tabela.

Figura 35 – Tabuleiro 2 x 2 preenchido

(1) (2)



Fonte: Autoria Própria.

c) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 3 com três peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura 36 – Tabuleiro 2 x 3

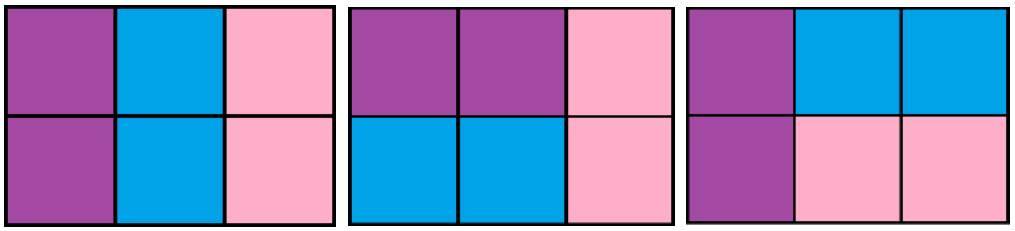


Fonte: Autoria Própria.

Por meio da Figura 36, é possível observar o tabuleiro 2 x 3 a ser preenchido, usando três peças de dominó. Há três possibilidades de distribuir o tabuleiro: as três peças na vertical, duas na horizontal e uma na vertical à direita e duas na horizontal e uma na vertical à esquerda, como é mostrado na Figura 37. O número 3 deve ser anotado na tabela.

Figura 37 – Tabuleiro 2 x 3 preenchido

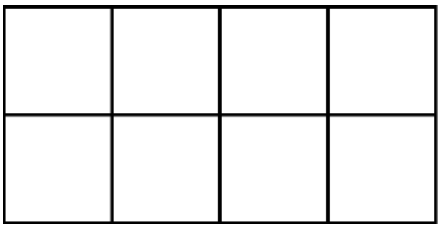
(1) (2) (3)



Fonte: Autoria Própria.

d) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 4 com quatro peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura 38 – Tabuleiro 2 x 4



Fonte: Autoria Própria.

A Figura 38 mostra o tabuleiro 2 x 4. Neste caso, há cinco possibilidades de disposição das peças (Figura 39) ilustra cada uma delas. Portanto, o número 5 deve ser anotado pelos estudantes.

1) As quatro peças na vertical;

2) As duas primeiras peças na horizontal e as duas últimas na vertical;

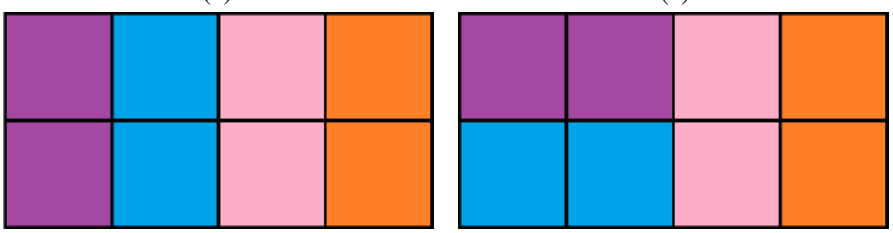
3) A primeira e quarta peças na vertical e a segunda e terceira na horizontal;

4) As duas primeiras peças na vertical e as duas últimas na horizontal;

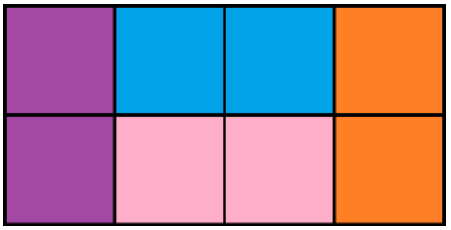
5) As quatro peças na horizontal.

Figura 39 – Tabuleiro 2 x 4 preenchido

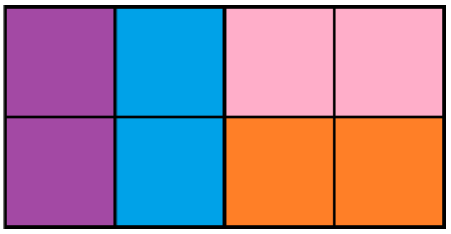
(1) (2)



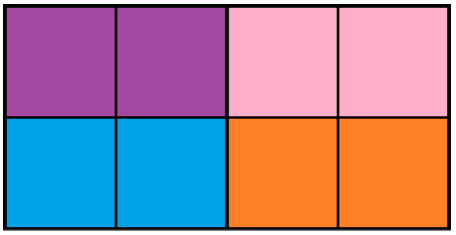
(3)



(4)



(5)



Fonte: Autoria Própria.

e) Por fim, de quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 5 com cinco peças de dominó?

Figura 40 – Tabuleiro 2 x 5



Fonte: Autoria Própria.

A Figura 40 mostra o tabuleiro 2 x 5, o último a ser observado pelos estudantes. Neste caso, há oito possibilidades de disposição das peças:

1) As cinco peças na vertical;

2) A primeira peça na vertical e as quatro últimas na horizontal;

3) As três primeiras peças na vertical e as duas últimas na horizontal;

4) A primeira peça na vertical, duas peças na horizontal e as duas últimas na vertical;

5) As duas primeiras peças na vertical, terceira e quarta peças na horizontal e a última peça na vertical;

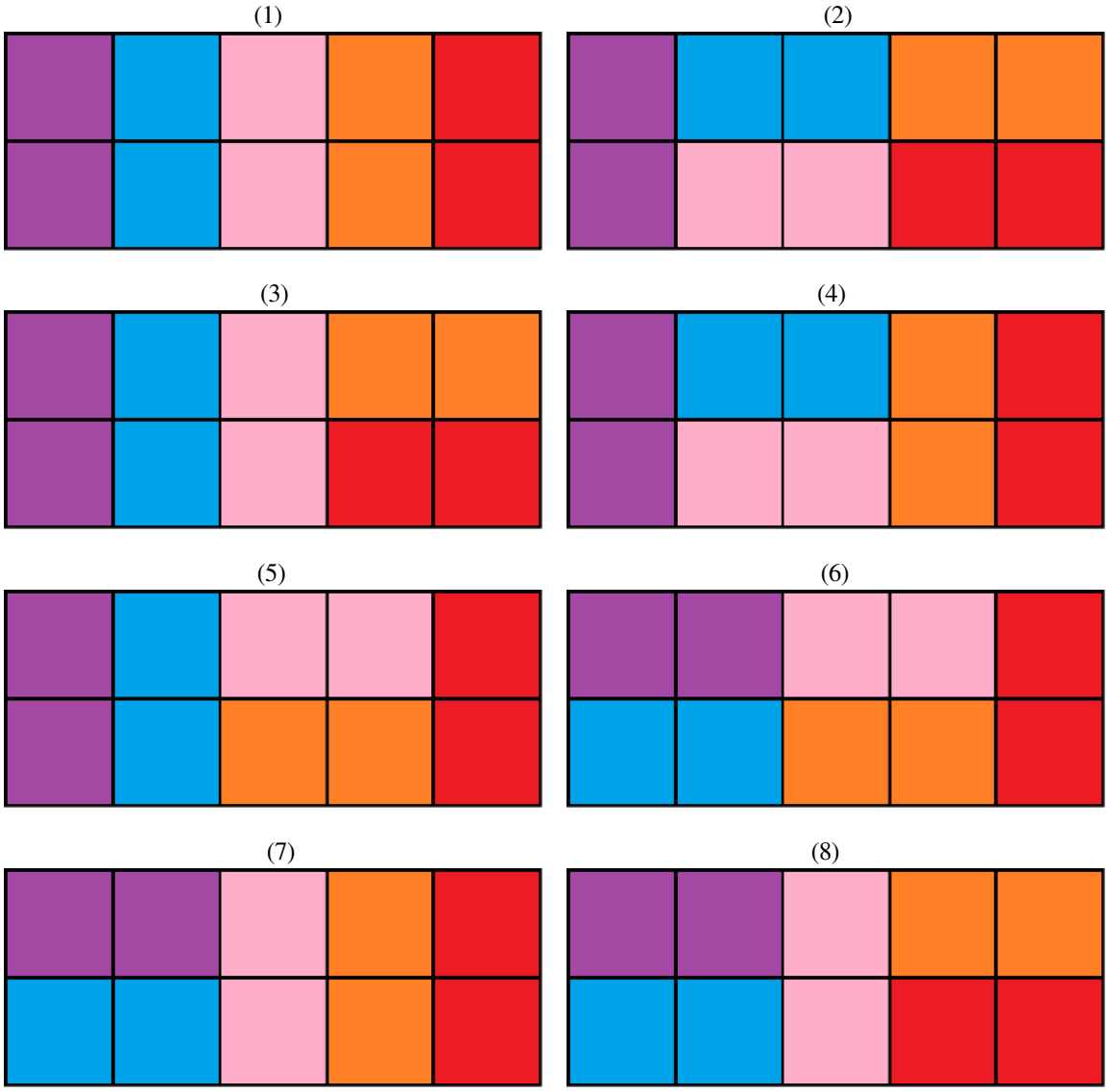
6) As quatro primeiras peças na horizontal e a quinta peça na vertical;

7) As duas primeiras peças na horizontal e as três últimas na vertical;

8) As duas primeiras peças na horizontal, a terceira peça na vertical e as duas últimas peças na horizontal.

Desta maneira, o número 8 será o último a ser escrito na sequência anotada dos estudantes. A Figura 41 ilustra cada uma das possibilidades.

Figura 41 – Tabuleiro 2 x 5



Fonte: Autoria Própria.

Ao final desta tarefa, depois dos alunos fazerem o estudo de todos os casos possíveis e anotarem cada um dos resultados na folha entregue, a Tabela 1 deverá ter sido preenchida da seguinte maneira:

Tabela 1 – Quantidade de peças e formas preenchido

Quantidade de peças	Formas de colocar a peça
1	1
2	2
3	3
4	5
5	8

Fonte: Autoria Própria.

f) Qual é a relação observada entre a quantidade de peças e o número de formas de preenchimento do tabuleiro?

A resposta do aluno deve ser relacionada ao entendimento da relação presente entre as quantidades de peças de dominó e de formas de posicioná-las nos tabuleiros. Quando uma nova peça é adicionada ao tabuleiro, a quantidade total de formas de preenchê-lo depende da quantidade das etapas anteriores.

Espera-se que o estudante consiga, inicialmente, identificar essa relação observada. Ele deve ser capaz de calcular o número de formas de preenchimento para diferentes quantidades de peças e observar como isso funciona, para que consiga fazer uma fórmula geral, sem precisar fazer testes para todas as quantidades de peças que forem apresentadas.

g) Com base nas análises, como poderíamos responder à questão inicial? Ou seja, "De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro 2 x n com dominós 2 x 1 iguais?”

Com base no desenvolvimento dos estudantes durante a tarefa, para responder à pergunta inicial é esperado que eles percebam a recursividade da sequência encontrada a partir dos testes realizados. Ao observar as respostas obtidas em cada alternativa, o estudante deve perceber que há uma relação de soma de etapas anteriores, em relação à quantidade de modos de preenchimento do tabuleiro. Fazendo com que ele chegue em algum esboço de fórmula, que pode ser exemplificada como a que segue abaixo, sendo Q a quantidade de modos de preenchimento e p a quantidade de peças do dominó:

$$Q_p = Q_{p-1} + Q_{p-2} \text{ com } Q_1 = 1;\ \ Q_2 = 2 \ e \ n \geq 3$$

Para esta tarefa, a avaliação poderá ser realizada por meio da observação direta do professor aos alunos, com foco em três vertentes principais: participação em grupo, ao avaliar a contribuição individual nas discussões e os questionamentos feitos aos colegas e ao professor; compreensão do conteúdo, ao observar a capacidade de aplicar conceitos matemáticos relacionados a sequências; e resolução de problemas, ao analisar as estratégias, lógica e criatividade de cada grupo na resolução das questões.

Ao final, a proposta de um *feedback* construtivo, destacando pontos fortes e áreas de melhoria, incentivará o crescimento e a reflexão sobre o aprendizado. Esta abordagem contínua permitirá ao professor identificar as necessidades dos alunos e ajustar o ensino de acordo, promovendo um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e eficaz.

5.2 TAREFA 2: O PROBLEMA DOS COELHOS

Como já mencionado anteriormente, o Problema dos Coelhos, apresentado por Fibonacci em sua obra *Liber Abaci* (1202) originou a Sequência de Fibonacci. No enunciado original, Fibonacci descreve uma situação hipotética em que um par de coelhos começa a se reproduzir no segundo mês de vida. A partir desse momento, o par gera um novo par a cada mês, perpetuando o ciclo de forma indefinida.

A sequência numérica resultante desse processo segue uma lógica simples: o número de pares em cada mês é a soma dos pares dos dois meses anteriores. Assim, a série se desenvolve da seguinte forma: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... descrevendo assim, a Sequência de Fibonacci, com cada termo representando o número de pares de coelhos no respectivo mês.

Embora tenha surgido como um exercício de raciocínio matemático, a sequência revelou-se muito mais do que uma curiosidade teórica, desempenhando um papel central em uma série de fenômenos naturais e culturais. Na natureza, essa sequência pode ser ilustrada por exemplo em padrões de crescimento, como a disposição das folhas ao redor do caule de plantas, o arranjo de pétalas nas flores, e até mesmo no formato de conchas marinhas.

O problema proposto por Fibonacci e sua sequência numérica se conectam não apenas à Matemática, mas também à Biologia e à organização do mundo ao nosso redor. O estudo dessa sequência e suas manifestações torna-se uma ponte entre o raciocínio

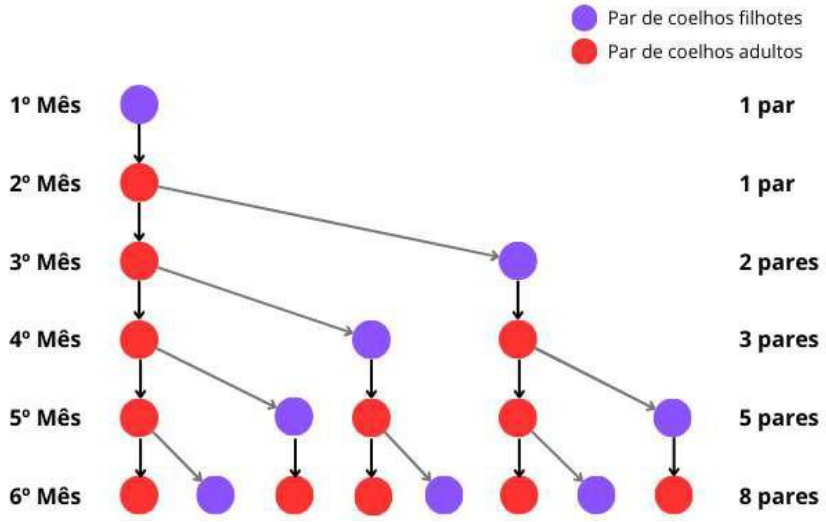
lógico-matemático e a compreensão dos padrões que regem o mundo natural, evidenciando a importância da visão transdisciplinar no processo de ensino e aprendizagem.

Desta maneira, a Tarefa 2 tem como propósito principal aproximar os alunos da relação entre Matemática e Ciências, utilizando o Problema dos Coelhos de Fibonacci como ponto de partida para explorar o conceito de crescimento populacional e a formação da Sequência de Fibonacci. O foco é que os alunos não apenas compreendam a sequência, mas percebam sua possível aplicação prática e como ela se manifesta naturalmente em diferentes contextos.

Por meio da modelagem matemática, a tarefa propõe que os alunos analisem o crescimento de uma população de coelhos, observando como a Sequência de Fibonacci aparece a partir de uma simples regra de reprodução. A proposta é tornar o aprendizado mais dinâmico e contextualizado, estimulando os estudantes a enxergar a Matemática como uma ferramenta para entender fenômenos naturais, proporcionando assim, uma experiência que vai além dos cálculos, promovendo a conexão transdisciplinar entre as áreas do conhecimento.

Inicialmente, será sugerida a leitura do Problema dos Coelhos, que apresenta a seguinte questão: "Qual o número de pares de coelhos que serão gerados num ano, a partir de um par de coelhos jovens, considerando que nenhum coelho morre durante o ano e que cada par gera outro par mensalmente, sendo que cada fêmea fica fértil após dois meses?" A Figura 42 ilustra a questão proposta.

Figura 42 – Crescimento populacional dos coelhos



Fonte: Autoria Própria.

Para facilitar a compreensão dos estudantes, serão apresentados os resultados dos cinco primeiros meses. Os alunos serão incentivados a completar a tabela até o 12º mês, calculando o número total de pares ao fim de cada mês. Os estudantes deverão preencher uma tabela, anotando os resultados de cada mês, como mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Reprodução dos coelhos por mês preenchida

Mês	Pares filhotes	Pares adultos	Total de pares
1 - Janeiro	1	0	1
2 - Fevereiro	0	1	1
3 - Março	1	1	2
4 - Abril	1	2	3
5 - Maio	2	3	5
6 - Junho	3	5	8
7 - Julho	5	8	13
8 - Agosto	8	13	21
9 - Setembro	13	21	34
10 - Outubro	21	34	55
11 - Novembro	34	55	89
12 - Dezembro	55	89	144

Fonte: Autoria Própria.

Os alunos deverão notar que, nos primeiros dois meses, haverá apenas um par de coelhos e a partir do terceiro mês, o número de pares começará a aumentar conforme a Sequência de Fibonacci: no terceiro mês, haverá dois pares; no quarto mês, três pares, e assim por diante.

Para que os alunos possam chegar à resposta esperada, além da proposta da tabela, será apresentado um questionário pessoal relacionado à tarefa proposta, que conterá perguntas que visam estimular o pensamento crítico e auxiliar na interpretação dos conceitos abordados. As questões serão:

a) Quais observações você fez sobre o crescimento do número de pares de coelhos ao final de cada mês?

Os alunos devem perceber que, a partir do terceiro mês, o número de pares de coelhos em cada mês é a soma dos dois meses anteriores. A ideia é que os estudantes percebam que o aumento não é linear, mas que o crescimento depende de resultados anteriores para ser obtido o próximo mês.

b) Você consegue prever quantos pares haverá no 13º mês? Que raciocínio utilizou para chegar a essa conclusão?

Nesta questão, os alunos devem mostrar que entenderam que o 13º termo da sequência pode ser obtido somando os dois termos anteriores (12º e 11º meses). Assim, devem calcular que $89 + 144 = 233$. Portanto, no 13º mês, haverá 233 pares de coelhos. A ideia principal é que eles expliquem o uso da regra da sequência (cada número é a soma dos dois anteriores) para fazer essa previsão.

c) É possível determinar a quantidade de pares ao final de qualquer mês? Se sim, como você faria isso?

Nesta questão, os alunos devem reconhecer que sim, é possível calcular o número de pares em qualquer mês, utilizando algum tipo de fórmula que usa a ordem do termo e seus dois termos anteriores.

d) Que padrões você identificou na sequência dos números de pares? Como os termos da sequência se relacionam entre si?

Espera-se que os estudantes identifiquem que cada número na sequência é a soma dos dois anteriores e que observem o padrão de crescimento exponencial da população e por fim, percebam que os valores seguem a Sequência de Fibonacci.

e) Como você poderia representar essa situação de crescimento populacional de maneira matemática? Que fórmulas ou expressões poderiam ser utilizadas?

Os alunos devem sugerir o uso de uma fórmula recursiva para representar o crescimento: $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ com $F(1) = 1$ e $F(2) = 1$ como termos iniciais. Eles também podem propor a criação de uma tabela, um gráfico ou até mesmo uma expressão algébrica baseada nas suas observações.

Essa tarefa não apenas proporcionará a compreensão acerca do padrão de crescimento, mas também permitirá que os estudantes visualizem o surgimento da Sequência de Fibonacci

de forma prática, explorando diversos recursos matemáticos. Além disso, a comparação ajudará a compreender que a sequência é um padrão que se manifesta em diferentes contexto, reforçando a transdisciplinaridade do conteúdo.

5.3 TAREFA 3: A BELEZA DA RAZÃO ÁUREA – ANATOMIA ESTÉTICA

Na Tarefa 3, os alunos serão incentivados a explorar a ideia de que o corpo humano, assim como outros elementos naturais, possui proporções que se aproximam de um valor considerado ideal ou "perfeito", conhecido como Razão Áurea. Para ilustrar essa ideia, será utilizada a famosa obra "O Homem Vitruviano", de Leonardo da Vinci, na qual podemos ilustrar graficamente essas proporções ideais no corpo humano, como já destacado anteriormente. A tarefa tem o objetivo de demonstrar uma das aplicações práticas da Razão Áurea, enfatizando a harmonia presente no corpo humano.

Os materiais necessários incluem fita métrica, régua, calculadora e a folha da tarefa para anotação. Estes materiais ajudarão os alunos a medir e registrar valores específicos das proporções apresentadas. A tarefa poderá ser realizada em grupos ou duplas, promovendo colaboração e troca de percepções entre os alunos. Em cada grupo, eles deverão explorar as proporções naturais em seus próprios corpos, comparando seus resultados com o valor da Razão Áurea (aproximadamente 1,618).

Para guiar a tarefa, os alunos receberão uma lista de proporções para investigar, com base em Lopes (2013, p. 49). Essas proporções incluem:

- A altura total do corpo em relação à medida do umbigo até o chão;
- A altura do crânio em relação à medida da mandíbula até o topo da cabeça;
- A distância da cintura até a cabeça em relação ao tamanho do tórax;
- A medida do ombro até a ponta do dedo em relação à medida do cotovelo até a ponta do dedo;
- A distância do cotovelo até o pulso e a medida do pé;
- A altura do quadril até o chão em relação à medida do joelho até o chão.

Cada grupo registrará as medidas na folha recebida e calculará o quociente da divisão entre as medidas obtidas. Esses quocientes deverão ser comparados com a Razão Áurea para observar como as proporções corporais se aproximam desse número. Para aprofundar a

compreensão da Razão Áurea, os alunos serão incentivados a observar a Sequência de Fibonacci e a calcular a razão entre pares de números consecutivos da sequência (como $\frac{21}{13}$, $\frac{34}{21}$, $\frac{55}{34}$, ...). Eles perceberão que esses valores convergem para a Razão Áurea, proporcionando um paralelo matemático entre a natureza e a Matemática.

Ao final da tarefa, deverá ser promovida uma discussão sobre as variações encontradas entre os alunos e as possíveis razões para essas diferenças, como variações de crescimento e proporção corporal entre os indivíduos. Os estudantes deverão ser incentivados a refletir sobre algumas questões que ampliam a compreensão da relação entre Matemática, Arte e natureza. Primeiramente, será questionado o que a tarefa mostra sobre a relação entre a Matemática e a natureza. A Sequência de Fibonacci e a Razão Áurea, por exemplo, podem ser observadas em inúmeros fenômenos naturais. Em seguida, será explorada a ideia de harmonia relacionada à Razão Áurea, frequentemente chamada de "proporção divina" devido à maneira como aparece de forma recorrente em objetos considerados visualmente equilibrados. Ela proporciona uma sensação de harmonia e equilíbrio, que são intuitivamente atraentes ao olho humano.

Por fim, será questionado como a presença de padrões matemáticos pode influenciar nossa percepção de beleza e proporção. A matemática, com suas simetrias e proporções, cria uma base estrutural que influencia a estética e a nossa resposta emocional a diferentes objetos e formas. Essa compreensão permite que os alunos percebam a Matemática não apenas como uma ciência exata, mas como uma linguagem que revela a estrutura do mundo natural e contribui para a criação de arte e beleza.

Esta tarefa conecta teoria e prática, incentivando os alunos a reconhecerem a matemática como uma linguagem presente na própria estrutura do corpo humano e nas formas de beleza e harmonia na natureza. Desta maneira, os estudantes deverão perceber a presença de padrões matemáticos na anatomia humana, promovendo uma conexão transdisciplinar entre Matemática e Ciências e destacando como os padrões da Razão Áurea, inspirando-os a perceberem os padrões matemáticos na anatomia humana e na natureza em geral.

5.4 TAREFA 4: RELÓGIO DE FIBONACCI – O TEMPO E A MATEMÁTICA

Philippe Chrétien, engenheiro da computação canadense, criou um dispositivo inovador conhecido como Relógio de Fibonacci (Figura 43), que se baseia na famosa

sequência matemática para exibir as horas de maneira única e visualmente atraente. Em vez de seguir o modelo tradicional de ponteiros ou números digitais, o relógio utiliza uma representação gráfica inspirada no Retângulo de Ouro.

Figura 43 – Relógio de Fibonacci



Fonte: https://gizmodo.uol.com.br. Acesso em: 15 out. 2024.

A tela do relógio é composta por cinco quadrados, cujos lados correspondem aos cinco primeiros números da Sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3 e 5. Embora seja possível representar todas as horas do dia no modelo de 12 horas, os minutos só podem ser expressos como múltiplos de 5. Esses quadrados se combinam de forma geométrica, e os blocos de tempo se iluminam para indicar a hora, desafiando o observador a somar os números correspondentes para descobrir o horário exato. A proposta do relógio é tornar a leitura do tempo um exercício criativo e envolvente, fundindo Matemática, Arte e *Design* em uma experiência visual curiosa.

No Relógio de Fibonacci, os números da sequência são representados por blocos de diferentes tamanhos, cada um com um valor numérico correspondente. Para determinar a hora, você deve somar os blocos coloridos para indicar se referem-se às horas ou minutos. O valor total dos blocos acesos representa a hora e os minutos, de acordo com a cor. Os quadrados brancos são ignorados. A leitura do relógio exige que o usuário interprete essas somas, transformando o ato de "ler" as horas em um exercício mental dinâmico e divertido, que mistura lógica e matemática.

O Relógio de Fibonacci foi criado como uma forma de combinar diferentes áreas do conhecimento, proporcionando uma maneira criativa e lúdica de marcar o tempo. Essa invenção inspirou a Tarefa 4, cujo objetivo é explorar a Sequência de Fibonacci de forma prática e criativa, utilizando conceitos de adição, lógica e artes visuais para compreender o

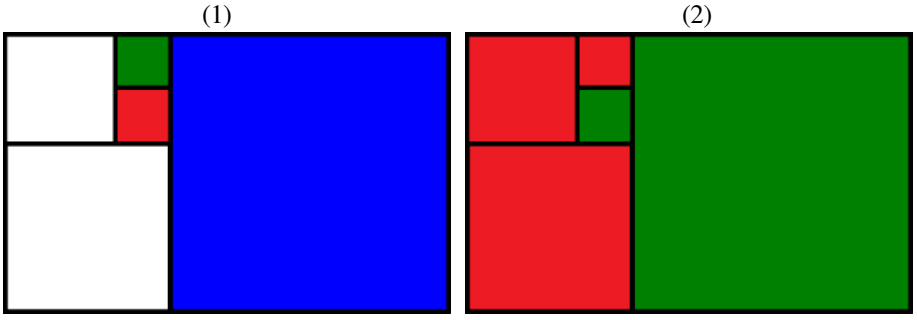
funcionamento do relógio. Além de promover a compreensão da sequência, a tarefa incentiva os alunos a trabalharem com representações gráficas de números, desenvolvendo o raciocínio matemático de maneira interativa e envolvente.

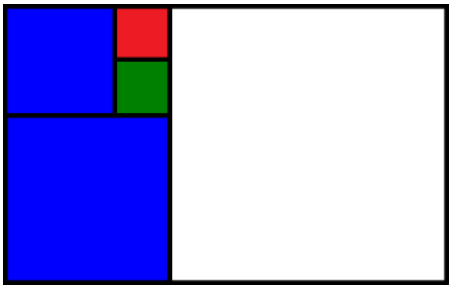
A versão original do Relógio de Fibonacci é digital, mas para utilizá-lo em sala de aula, pode ser feita uma adaptação com materiais acessíveis, como papel colorido, tesoura e régua. Para a execução da tarefa, os alunos serão divididos em grupos, incentivando o trabalho colaborativo e a troca de ideias. A tarefa central consiste em criar um Relógio de Fibonacci usando os materiais fornecidos. Os alunos deverão desenhar no papel quadrados cujos lados correspondam aos números 1, 1, 2, 3 e 5, utilizando as cores azul, verde, vermelho e branco – os dois números "1" representam dois quadrados diferentes com o mesmo tamanho de lado.

O funcionamento do relógio é realizado da seguinte maneira: para determinar as horas, deve-se somar os valores correspondentes dos quadrados vermelhos e azuis; para os minutos, somam-se os valores dos quadrados verdes e azuis, multiplicando o resultado por cinco. Os quadrados brancos são desconsiderados nessa contagem.

A proposta da tarefa consiste em propor aos estudantes a criação do relógio e a elaboração de diferentes combinações de blocos iluminados, identificando o horário correspondente, já que existem várias maneiras de exibir a mesma hora. Philippe Chrétien, por exemplo, menciona que há dezesseis formas diferentes de representar 6h30, sendo que três delas estão ilustradas na Figura 44.

Figura 44 – Possíveis configurações de 6h30





Fonte: Autoria Própria.

Na Figura (1), observamos um quadrado vermelho de tamanho 1, um verde de tamanho 1, um azul de tamanho 5 e dois brancos, de tamanhos 2 e 3. De acordo com as instruções, o horário corresponde a 6 horas (soma do quadrado vermelho de tamanho 1 e do quadrado azul de tamanho 5) e 30 minutos [5 × (soma do quadrado verde de tamanho 1 e do quadrado azul de tamanho 5)]. Os quadrados brancos são desconsiderados.

Na Figura (2), temos três quadrados vermelhos, de tamanhos 1, 2 e 3, e dois quadrados verdes, de tamanhos 1 e 5. Usando a mesma lógica, temos 6 horas (soma dos quadrados vermelhos: 1 + 2 + 3) e 30 minutos [5 × (soma dos quadrados verdes: 1 + 5)].

Por fim, na Figura (3), há um quadrado vermelho de tamanho 1, um quadrado verde de tamanho 1, dois quadrados azuis de tamanhos 2 e 3 e um quadrado branco de tamanho 5. O horário é novamente 6 horas (soma do quadrado verde de tamanho 1 e dos quadrados azuis de tamanhos 2 e 3) e 30 minutos 5 × (soma do quadrado verde de tamanho 1 e dos quadrados azuis de tamanhos 2 e 3)]. O quadrado branco é desconsiderado.

Após os estudantes apresentarem suas representações de horários, os grupos deverão trocar seus relógios entre si, permitindo que interpretem as combinações criadas pelos colegas. Ao final da tarefa, é realizada uma reflexão coletiva sobre como a Sequência de Fibonacci pode ser aplicada em diversas áreas, como arte e natureza, ampliando o entendimento sobre a relação entre Matemática, Ciências e Artes. Essa abordagem facilita a compreensão da Sequência de Fibonacci e suas aplicações de maneira visual e divertida.

O objetivo principal da tarefa é utilizar o relógio para explorar tanto o Retângulo Áureo quanto a própria Sequência de Fibonacci de forma dinâmica. Durante o processo, os alunos trabalham com conceitos como cálculo mental, operações básicas e geometria, trazendo a Sequência de Fibonacci para o cotidiano de uma maneira lúdica e envolvente. Além de marcar o tempo, o relógio propõe uma forma alternativa de interação com a matemática, integrando-a à vida diária de maneira criativa e inesperada.

5.5 TAREFA 5: RIMAS EM NÚMEROS – POEMAS FIB

As “Poesias de Fibonacci” ou “Poemas Fib" são uma forma literária baseada na Sequência de Fibonacci, onde o número de sílabas ou palavras em cada verso segue a progressão da sequência. Caso o primeiro verso tenha 2 sílabas (ou palavras), o segundo deverá ter 3, o terceiro 5, o quarto 7, e assim por diante, refletindo a estrutura numérica da sequência. Esse formato cria uma relação interessante entre poesia e Matemática, mostrando como padrões matemáticos podem influenciar a forma artística, promovendo a transdisciplinaridade entre Matemática e literatura. Podemos observar um exemplo:

(1) No
(2) Fundo
(3) Queimando
(5) Como ímpetos
(8) Venta a impaciência
(13) Gemendo a aplausos da loucura!
Miguel Eduardo Gonçalves

A Tarefa 5, portanto, foi projetada para explorar a aplicação da Sequência de Fibonacci tanto na arte quanto na literatura na criação das “Poesias de Fibonacci”. Ao realizar esta integração, a tarefa torna-se transdisciplinar, promovendo um aprendizado contextualizado e significativo. Os estudantes utilizam a sequência numérica para estruturar suas criações poéticas, desenvolvendo tanto habilidades matemáticas – ao pensar na quantidade de palavras (ou sílabas) e relacioná-las com a Sequência de Fibonacci – quanto artísticas, ao usar a criatividade para criar uma poesia do zero.

Essa abordagem transdisciplinar vai além da simples combinação das disciplinas, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda dos conceitos e suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento. Além disso, por ser uma tarefa dinâmica e inovadora, desperta a curiosidade e o interesse dos estudantes, tornando o aprendizado mais prazeroso e motivador. Ao envolver tanto o raciocínio lógico quanto a criatividade, os alunos são desafiados a explorar a Matemática de maneira não convencional, estimulando o engajamento e a aprendizagem significativa.

Inicialmente, o professor deverá introduzir o conceito dos "Poemas Fib", que seguem a sequência numérica de Fibonacci, seja no número de sílabas ou palavras por verso. Após a explicação, os alunos serão desafiados a criar seus próprios poemas, podendo escolher a partir

de qual número da sequência iniciar e quantos versos compor, fazendo com que haja incentivo à criatividade e ao entendimento prático da sequência.

Ao final da tarefa, será proposto aos estudantes uma reflexão coletiva sobre a experiência de criar um poema seguindo a Sequência de Fibonacci. Eles serão questionados sobre como foi o processo criativo e quais desafios encontraram ao desenvolver um poema com base em um padrão matemático. Será incentivado que discutam as diferenças percebidas ao estruturar a poesia com base em uma sequência numérica, observando se isso ajudou a dar forma ao poema e se influenciou no ritmo e na estética da criação. Além disso, a reflexão irá explorar como a Matemática, a Arte e a Literatura podem se complementar em outras atividades, promovendo o desenvolvimento de uma visão transdisciplinar, valorizando a conexão entre diferentes áreas do conhecimento e enriquecendo a experiência de aprendizado.

Ao incentivar os alunos a desenvolverem a expressão criativa por meio da tarefa, promove-se um aprendizado transdisciplinar que integra a Matemática, a Arte e a Literatura. Os estudantes são desafiados a explorar a relação entre forma e função, números e estética, ampliando sua compreensão de como padrões numéricos podem influenciar diversas áreas do conhecimento.

6 CONCLUSÃO

Com o objetivo geral de propor a incorporação da Sequência de Fibonacci nas aulas de Matemática, por meio da transdisciplinaridade, para interconectar a Matemática com as Ciências e a Arte para favorecer o aprendizado do conhecimento matemático dos alunos, percebemos ao longo deste trabalho que há evidências de que a transdisciplinaridade aplicada no ensino da Matemática é fundamental, uma vez que permite integrar diferentes áreas do conhecimento, promovendo uma aprendizagem mais significativa e conectada com a realidade dos estudantes. Como enfatizado por D'Ambrosio (1996), a Matemática deve ser ensinada de maneira contextualizada, interagindo com áreas como Ciências, Artes, História e Cultura, para refletir os contextos sociais e culturais dos alunos. A abordagem transdisciplinar não baseia-se em simplesmente unir as disciplinas, mas sim propor uma compreensão mais abrangente, na qual a Matemática deixa de ser vista como uma disciplina completamente abstrata e passa a ser entendida a partir de fenômenos naturais e culturais, transcendendo as barreiras disciplinares e promovendo uma visão mais interconectada do saber.

Nicolescu (1999) reforça a ideia de D'Ambrosio ao defender que a transdisciplinaridade não se limita a conexões superficiais entre disciplinas, mas busca uma integração profunda, permitindo uma compreensão holística do conhecimento. Esse modelo de ensino favorece o desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico, criatividade e resolução de problemas, ao mesmo tempo em que apresenta a Matemática como uma ferramenta prática para interpretar e interagir com o mundo.

Nesse sentido, este trabalho destaca-se por propor tarefas transdisciplinares que unem Matemática, Ciências e Artes, utilizando a Sequência de Fibonacci como um recurso integrador que relaciona conteúdos escolares com situações do cotidiano. Ao adotar essa abordagem, amplia-se o alcance pedagógico e contribui-se para a formação de cidadãos mais críticos e conscientes. Além disso, a integração das áreas do conhecimento enriquece o processo educativo, ajudando os alunos a compreenderem a evolução dessa ciência e sua relação com fenômenos naturais e culturais. Como resultado, desenvolve-se uma visão mais crítica e contextualizada da Matemática, ampliando o olhar dos estudantes para as aplicações éticas e sociais da disciplina.

Ponte (2005) destaca que a aprendizagem depende diretamente das atividades que realizam e das reflexões que fazem sobre elas. Por isso, as tarefas elaboradas neste trabalho

foram projetadas para diversificar as formas de aprendizado, garantindo que os estudantes possam explorar conceitos de maneira prática e engajante. Essas tarefas incluem problemas, experimentações e criações artísticas, promovendo o envolvimento ativo dos alunos no processo de descoberta e aplicação do conhecimento.

Desta maneira, este trabalho destaca o potencial enriquecedor da abordagem transdisciplinar no ensino, utilizando a Sequência de Fibonacci como uma conexão entre outras áreas do conhecimento. Este estudo não apenas propõe formas inovadoras de ensino, mas também contribui para a discussão acadêmica sobre práticas pedagógicas que possam promover uma aprendizagem mais significativa. Ao longo da pesquisa, foi possível apresentar como a Matemática, muitas vezes vista como abstrata, pode ser contextualizada e conectada a fenômenos naturais e culturais, despertando o interesse dos estudantes e ampliando sua compreensão do mundo ao redor.

As tarefas desenvolvidas foram planejadas para abordar conceitos matemáticos para os anos finais do Ensino Fundamental de forma prática e diversificada, permitindo que os estudantes aprendam por diferentes abordagens, como problemas, experimentações e criações artísticas. Esta ferramenta visa envolver os alunos em um processo ativo de descoberta e aplicação do conhecimento, tornando o aprendizado mais acessível, ativo e envolvente. Esses recursos oferecem aos professores uma oportunidade de inovar em suas práticas pedagógicas por meio de ferramentas concretas para integrar disciplinas, promovendo o aprendizado ativo, engajamento e motivação dos estudantes. Com isso, o trabalho propõe uma contribuição relevante para o meio acadêmico, ao apresentar estratégias pedagógicas que podem inspirar novas investigações e aplicações em contextos variados.

As possibilidades de adaptação das tarefas propostas para possíveis usos futuros são um ponto de destaque deste trabalho. Elas podem ser utilizadas como base para abordar outras sequências matemáticas, ou até para explorar outras áreas do conhecimento, a depender do objetivo que o docente visa ao utilizá-las. A aplicação dessas tarefas em contextos diversos, como escolas públicas e privadas, ou adaptá-las de forma que atenda melhor às necessidades de alunos com deficiência, por exemplo, também constitui um caminho promissor para ampliar seu impacto.

O presente trabalho também contribui para o avanço acadêmico ao explorar o impacto das tarefas transdisciplinares na motivação e no desempenho dos alunos, além de investigar

estratégias para capacitar professores no uso dessas metodologias integradoras. O fortalecimento da formação continuada dos docentes é essencial para a adoção de práticas pedagógicas transdisciplinares de forma mais eficaz.

Ao integrar áreas do conhecimento como Matemática, Ciências e Artes, este trabalho mostra como a pesquisa educacional pode gerar aplicações práticas e transformadoras para o ensino básico. A transdisciplinaridade promovida pela Sequência de Fibonacci não apenas conecta conteúdos, mas também estimula os estudantes a compreenderem a Matemática em um contexto mais amplo. Essa abordagem reafirma a importância de transcender as barreiras disciplinares, promovendo uma educação alinhada à realidade dos alunos e aos desafios do mundo contemporâneo.

Em síntese, a análise das propriedades da Sequência de Fibonacci destaca sua versatilidade como ferramenta pedagógica e como elo entre Matemática, Ciências e Artes. Embora seja amplamente reconhecida por sua simplicidade aparente, suas aplicações demonstram uma profundidade que possibilita explorar relações transdisciplinares de maneira inovadora. Por meio dessa abordagem, a Matemática transcende sua abstração tradicional, conectando-se a fenômenos naturais e culturais, como enfatizado por Nicolescu (1999), oferecendo aos alunos uma compreensão mais ampla e relevante do mundo ao seu redor.

Assim, este trabalho apresenta contribuições significativas tanto para a prática pedagógica quanto para o campo acadêmico. Ao propor uma integração inovadora entre diferentes áreas do saber, reafirma-se que a Matemática não é apenas uma disciplina isolada, mas uma linguagem universal capaz de unir conhecimentos e inspirar novas práticas educativas. Dessa forma, fortalece-se a conexão entre teoria e prática, promovendo avanços no ensino e na pesquisa em educação.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília. MEC/SEF; 1997.

CARVALHO, José. **História e Filosofia da Matemática: Contribuições para o Ensino**. São Paulo: Ed. Unesp, 2005.

CARVALHO, Rogério Silva de. **A Razão Áurea e sua Aplicação na Arte**. Belo Horizonte: Editora Arte & Matemática, 2005.

CELUQUE, Leonardo Ribeiro. **A Série de Fibonacci: um estudo das relações entre as ciências da complexidade e as artes**. Dissertação (Mestrado em Ensino em 2004) - Universidade Federal Da Bahia e Universidade Estadual De Feira De Santana, 2004. Disponível em: https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=77913 Acesso em: 28 jul. de 2024.

CHRÉTIEN, Philippe. **Fibonacci clock on kickstarter**. Disponível em: https://basbrun.com/2015/05/04/fibonacci-clock/. Acesso em: 15 out. 2024.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: o programa**. São Paulo: Ática, 1996.
FARIA, C. **Aprendendo sobre Fibonacci desde cedo: Atividades para o Ensino Fundamen**tal. Disponível em: https://www.academia.edu/54002585/Aprendendo_sobre_Fibonacci_desde_cedo_Atividades_para_o_Ensino_Fundamental. Acesso em: 21 nov. 2024.

FREITAS, Fidencio Maciel de. **A proporção áurea e curiosidades históricas ligadas ao desenvolvimento da ciência**. Florianópolis: UFSC, 2008. Disponível em: http://www.africamae.com.br/wp-content/pdf/aurea.pdf. Acesso em: 21 out. 2024.

GHYKA, Matila. **The Geometry of Art and Life**. New York: Dover Publications, 1946.

FONSECA, Luciana da. **Desvendando as sequências de Fibonacci, Lucas e Gibonacci**. 2023. Dissertação (Mestrado em Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2023. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/32965. Acesso em: 27 jul. 2024.

KEMP, Martin. **Leonardo da Vinci: The Marvellous Works of Nature and Man**. Oxford University Press, 2006.

LÜNEBURG, Heinz. **Leonardi Pisani Liber Abaci oder Lesevergnügen eines Mathematikers, 2. überarb**. und erw. Ausg., Mannheim et al.: BI Wissenschaftsverlag, 1993 I 1228.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teoria da Aprendizagem Significativa**. São Paulo: Centauro, 2019.

MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. **Matemática discreta**. Rio de Janeiro: SBM, Sociedade Brasileira de Matemática, 2015. único. 294 p. 12, 17, 63.

NAZARÉ, Wenderson Araújo de. **O número de ouro, a sequência de Fibonacci e a contextualização de suas aplicações à aprendizagem em sala de aula para alunos do ensino fundamental II**. 2022. 33 f. Trabalho de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Campus Universitário de Abaetetuba, Universidade Federal do Pará, Acará, 2022.

NETTO, Antônio José Lopes. **Matemática e Natureza: uma relação áurea**. São Paulo: Editora Matemática Viva, 2013.

NICOLESCU, Basarab. **O manifesto da transdisciplinaridade**. São Paulo: Triom, 1999.

NICOLESCU, Basarab. **Transdisciplinaridade: teoria e prática**. [s. l.], 2000.

PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Hipertexto Pitágoras: Artigos em Matemática Superior**. Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/hp/hp527/hp527001/hp5270018/hp5270018.html. Acesso em: 22 nov. 2024.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio De Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

SANTOS, Fabio Honorato dos. **Funções de Fibonacci**: um estudo sobre a razão áurea e a sequência de Fibonacci. 2018. 53 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018.

SENA, Carlos Atila Rodrigues de. **Sequência de Fibonacci: Propriedades, Aplicações e Curiosidades**. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional em 2013) - Universidade Estadual do Ceará, 2013. Disponível em: https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=77913. Acesso em: 27 jul. de 2024.

SILVA, Reginaldo Leoncio; ALMEIDA, Roger Luiz da Silva. A fantástica sequência de Fibonacci e o enigmático número de ouro: contexto histórico, definições, propriedades e aplicações. *C.Q.D.* - **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 18, 2020. Disponível em: https://sistemas.fc.unesp.br/ojs/index.php/revistacqd/article/view/211. Acesso em: 21 jul. 2024.

SILVA, Reginaldo Leoncio. **A Sequência de Fibonacci e o número de ouro: Contexto histórico, propriedades, aplicações e propostas de atividades didáticas para alunos do primeiro ano do ensino médio**. Dissertação (Mestrado em 2015) - Universidade Estadual do

Sudoeste da Bahia (UESB), 2015. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/533976472/Dissertacao-REGINALDO-LEONCIO-SILVA Acesso em: 28 jul. de 2024.

SODRÉ, Ulysses; TOFFOLI, Sônia Ferreira. Matemática Essencial: Alegria Matemática: Aplicações das Sequências de Fibonacci. Disponível em: https://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/alegria/seqfib2.html. Acesso em: 22 jan. 2025.

SPARROW, Gilles. **50 ideias de astronomia que você precisa conhecer**. São Paulo: Planeta, 2018.

STEWART, Ian. **Nature's Numbers: the unreal reality of mathematics**. New York: Basic Books, 1995.

VENTURA, Felipe. **Um relógio de Fibonacci é a forma mais nerd (e difícil) de mostrar as horas**. Disponível em: https://gizmodo.uol.com.br/relogio-de-fibonacci/. Acesso em: 15 out. 2024.

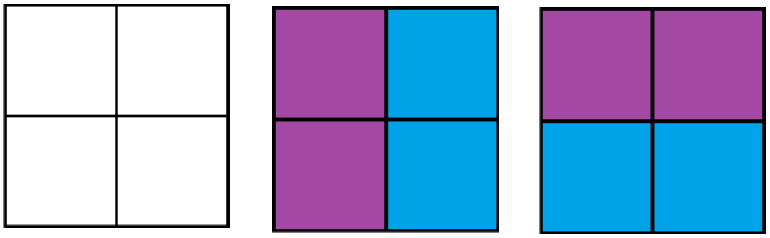
ZAHN, Carolyn. **The Fibonacci Sequence: its history, significance, and applications**. New York: Random House, 2011.

APÊNDICE A – Tarefa 1: Dominós

Questão inicial: *De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro 2 x n (altura 2 e largura n) com dominós 2 x 1 (altura 2 e largura 1)? Preencha a tabela a partir da análise dos casos, considerando todas as peças com o mesmo tamanho 2 x 1.*

Exemplo: Em um tabuleiro 2 x 2 (altura 2 e largura 2), há duas possibilidades de preenchimento, como pode ser observado na figura a seguir:

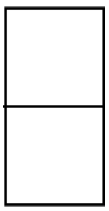
Figura – Tabuleiro 2 x 2 vazio e preenchido



Análise de casos:

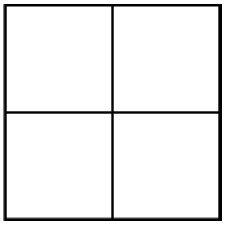
a) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 1 com apenas uma peça de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura – Tabuleiro 2 x 1



b) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 2 com duas peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura –Tabuleiro 2 x 2



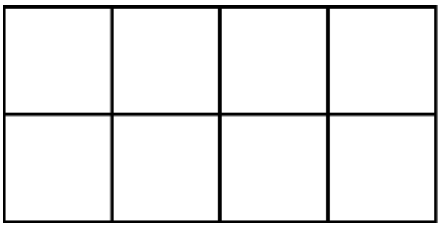
c) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 3 com três peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura –Tabuleiro 2 x 1



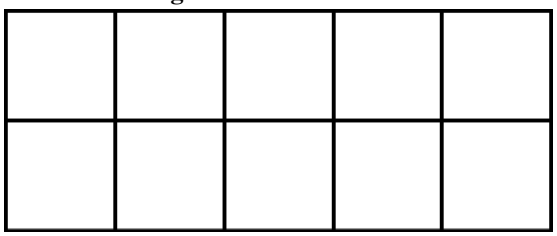
d) De quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 4 com quatro peças de dominó de altura 2 e largura 1?

Figura – Tabuleiro 2 x 4



e) Por fim, de quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro de altura 2 e largura 5 com cinco peças de dominó?

Figura – Tabuleiro 2 x 5



Preencha a tabela a seguir a partir da análise dos casos propostos, considerando todas as peças com o mesmo tamanho 2 x 1. Depois, responda às questões f e g.

Tabela – Quantidade de peças e formas

Alternativa	Quantidade de peças	Formas de colocar a peça
a	1	
b	2	
c	3	
d	4	
e	5	

f) Qual é a relação observada entre a quantidade de peças e o número de formas de preenchimento do tabuleiro?

g) Com base nas análises, como poderíamos responder à questão inicial? Ou seja, de quantas maneiras podemos cobrir um tabuleiro 2 x n com dominós 2 x 1 iguais?

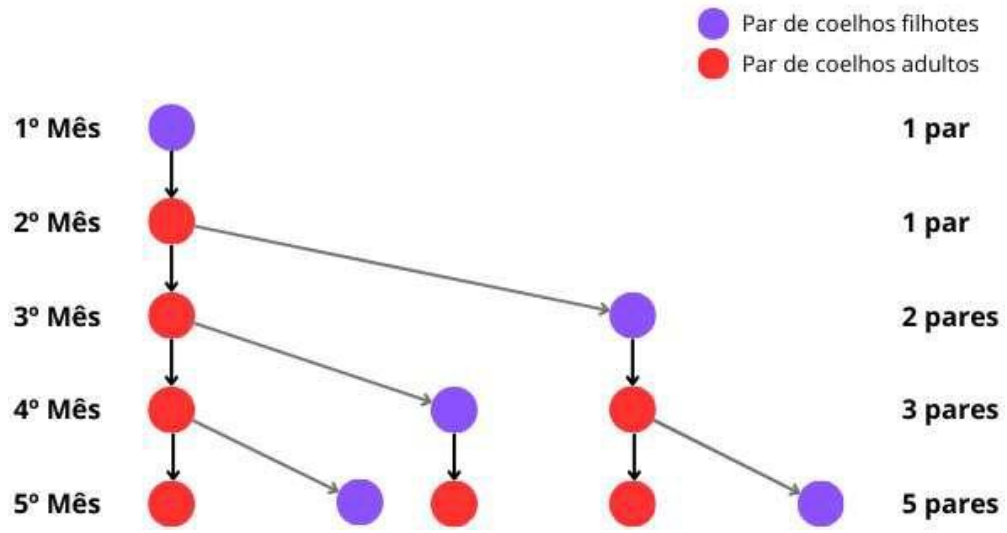
APÊNDICE B – Tarefa 2: O Problema dos Coelhos

Questão inicial: *No ano de 1202, o matemático Fibonacci propôs um enigma intrigante em seu livro Liber Abaci: "Qual o número de pares de coelhos que serão gerados num ano, a partir de um casal de coelhos jovens, considerando que nenhum coelho morre durante o ano e que cada casal gera outro casal mensalmente, sendo que cada fêmea fica fértil após dois meses?"*

Vamos mergulhar nesse enigma e observar onde ele nos leva! A partir desse problema, exploraremos a matemática envolvida no crescimento populacional e veremos como esse padrão aparece em diversos contextos naturais.

O início da solução do problema descrito pode ser ilustrado da seguinte maneira:

Figura – Crescimento populacional dos coelhos



Em grupos de 3 a 4 pessoas, utilizem as informações fornecidas e completem a tabela a seguir com a quantidade de pares de filhotes, adultos e o total de pares ao final de cada mês. Em seguida, respondam às questões propostas.

Tabela – Reprodução dos coelhos por mês

Mês	Pares filhotes	Pares adultos	Total de pares
1 - Janeiro	1	0	1
2 - Fevereiro	0	1	1
3 - Março	1	1	2
4 - Abril	1	2	3
5 - Maio	2	3	5
6 - Junho			
7 - Julho			
8 - Agosto			
9 - Setembro			
10 - Outubro			
11 - Novembro			
12 - Dezembro			

a) Quais observações vocês fizeram sobre o crescimento do número de pares de coelhos ao final de cada mês?

b) Vocês conseguem prever quantos pares haverão no 13º mês? Que raciocínio utilizaram para chegar a essa conclusão?

c) É possível determinar a quantidade de pares ao final de qualquer mês? Se sim, como vocês fariam isso?

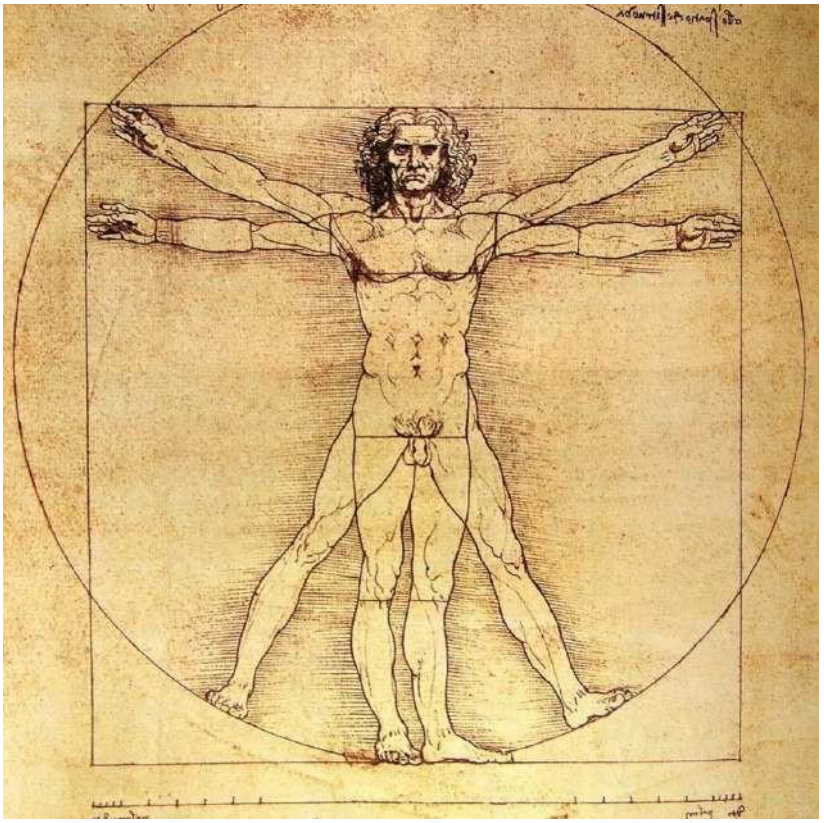
d) Que padrões vocês identificaram na sequência dos números de pares? Como esses padrões se relacionam entre si?

e) Como vocês poderiam representar essa situação de crescimento populacional de maneira matemática? Que fórmulas ou expressões poderiam ser utilizadas?

APÊNDICE C – Tarefa 3: A Beleza da Razão Áurea – Anatomia Estética

Questão inicial: *Vocês sabiam que muitos estudiosos e artistas acreditavam que existe uma relação matemática que dita as proporções mais harmoniosas do corpo humano? Em uma das obras mais famosas de Leonardo da Vinci, "O Homem Vitruviano", podemos encontrar algumas dessas proporções. Essa relação é chamada de Razão Áurea e está presente em várias partes da natureza. Mas será que isso realmente acontece no corpo humano?*

Figura – O Homem Vitruviano, de Leonardo da Vinci



A **Razão Áurea** é aproximadamente igual a **1,618** e aparece naturalmente em diversos elementos da natureza, até em nosso próprio corpo. Após a análise da obra, discutam a ideia de proporções harmônicas. Dividam-se em grupos de até **4 alunos** e leiam com atenção as instruções.

Com o uso de fita métrica ou régua, realizem as medições indicadas a seguir. Registrem os valores encontrados na tabela e calculem a divisão entre eles para obter o quociente e verificar como se aproximam da Razão Áurea.

- Altura total do corpo e medida do umbigo até o chão;
- Altura do crânio e medida da mandíbula até o topo da cabeça;
- Distância da cintura até a cabeça e tamanho do tórax;
- Medida do ombro até a ponta do dedo e medida do cotovelo até a ponta do dedo;
- Distância do cotovelo até o pulso e medida do pé;
- Altura do quadril até o chão e medida do joelho até o chão.

Tabela – Medidas no Corpo Humano

Proporção	**Medida 1 (cm)**	**Medida 2 (cm)**	**Quociente (M1 / M2)**
Altura total do corpo / Umbigo ao chão			
Crânio / Mandíbula ao topo da cabeça			
Cintura à cabeça / Tórax			
Ombro à ponta do dedo / Cotovelo à ponta dedo			
Cotovelo ao pulso / Pé			
Quadril ao chão / Joelho ao chão			

Questões para pensar e discutir

a) O que esta atividade mostra sobre a relação entre Matemática e natureza?
b) Por que a Razão Áurea é considerada uma relação de "harmonia"?
c) Como a presença de padrões matemáticos pode influenciar a nossa percepção de beleza e proporção?

APÊNDICE D – Tarefa 4: Relógio de Fibonacci – O Tempo e a Matemática

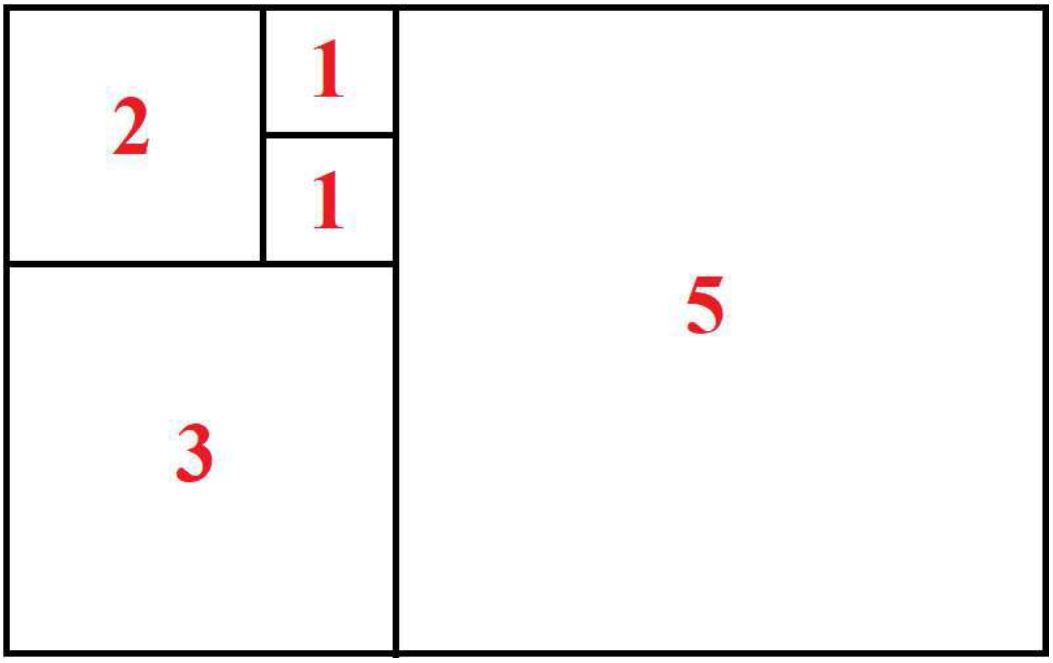
Questão inicial: *Imagine um relógio que, ao invés de números ou ponteiros, utiliza a famosa Sequência de Fibonacci para marcar as horas. Este é o Relógio de Fibonacci, criado pelo engenheiro Philippe Chrétien! Ele não só indica as horas, mas também transforma a leitura do tempo em um exercício de lógica e soma. Vamos construir nossa própria versão do relógio em sala de aula e descobrir como é possível marcar o tempo de uma maneira totalmente nova e divertida. Você está preparado para o desafio de ler as horas somando blocos coloridos?*

Dividam-se em grupos de **até 4 alunos**. Cada grupo receberá quadrados coloridos nas cores indicadas (azul, verde, vermelho e branco), sendo cinco quadrados numerados em cada um dos tamanhos (1, 1, 2, 3 e 5), sendo um total de 25 quadrados para cada grupo. Cada cor representa uma função neste relógio:

- As horas são indicadas pelas cores azul e vermelhos;
- Os minutos são indicados pelas cores verde e azul;
- Os blocos brancos podem ser desconsiderados na contagem.

O relógio deve ser organizado da seguinte maneira:

Figura – Tabuleiro base do relógio



Cada grupo deve preparar **três diferentes configurações** para um **mesmo horário escolhido**. Para identificar o horário, o grupo deverá:

- Somar os valores dos quadrados vermelhos e azuis para marcar as horas;
- Somar os valores dos quadrados verdes e azuis e depois multiplicar o resultado por 5 para marcar os minutos;
- Desconsiderar os quadrados brancos.

Completem a tabela abaixo para documentar as configurações feitas por seu grupo:

Tabela – Configurações do Relógio

Horário a ser exibido: _____			
	Soma para Horas (H) (vermelhos + azuis)	**Soma para Minutos (M) 5 x (verdes + azuis)**	**Soma Final (H + M)**
1			
2			
3			

Questões para pensar e discutir

a) Quais foram os principais desafios na criação e leitura do Relógio de Fibonacci?
b) Como a Sequência de Fibonacci e a Razão Áurea podem ser observadas na arte e na natureza?
c) De que outras formas a matemática pode estar presente no nosso cotidiano, além dos números e cálculos comuns?

APÊNDICE E – Tarefa 5: Rimas em Números – Poemas FIB

Questão inicial: *As "Poesias de Fibonacci" ou "Poemas Fib" são uma forma de poesia onde o número de sílabas ou palavras em cada verso segue a Sequência de Fibonacci. Este formato demonstra como a matemática pode influenciar a expressão artística. Em cada verso, o número de sílabas ou palavras aumenta conforme a sequência, criando um fluxo poético que cresce em ritmo e estrutura.*

Exemplo de Poema Fib:

(1) No
(2) Fundo
(3) Queimando
(5) Como ímpetos
(8) Venta a impaciência
(13) Gemendo a aplausos da loucura!
Miguel Eduardo Gonçalves

A partir desse exemplo, vamos explorar como a matemática e a literatura podem se unir na construção de algo criativo e significativo. Criem seus próprios Poemas Fib, utilizando a Sequência de Fibonacci **(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …)** para definir o número de sílabas ou palavras de cada verso.

Questões para pensar e discutir

a) Como foi criar um poema seguindo a Sequência de Fibonacci? Quais desafios encontraram?
b) Que diferenças perceberam ao construir um poema com base em um padrão matemático?
c) A sequência ajudou a dar forma ao poema? Como isso influencia o ritmo e a estética do poema?
d) Como matemática e literatura podem se complementar em outras atividades?